

一、教学目标（知识目标、能力目标、思想目标）

掌握柱体、锥体、球的体积公式，能用公式计算简单组合体的表面积和体积。

二、教学重点、难点

重点：记忆柱体、锥体、球的体积公式。

难点：会运用柱体、锥体、球的体积公式求体积。

三、教学准备（教材、教具、教学参考书）

第一册教材

第一册教学参考书

四、教法与学法

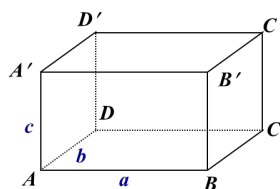
讲授、提问、练习、反馈、总结、讨论

五、教学内容与步骤

1.长方体的体积

$$V_{\text{长方体}} = abc \quad V_{\text{正方体}} = a^3$$

(a, b, c 分别为长方体长、宽、高)

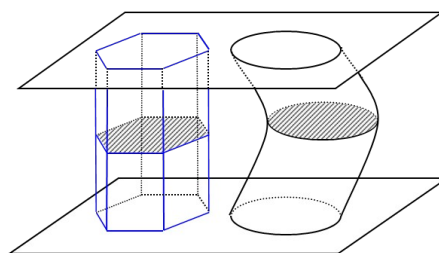


$$\text{或 } V_{\text{长方体}} = sh$$

(s, h 分别表示长方体的底面积和高)

2.祖暅原理

取一摞书放在桌面上，改变一下它们的形状，观察改变前后的体积是否发生变化？



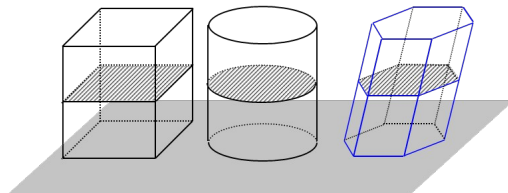
祖暅原理

夹在两个平行平面间的两个几何体，被平行于这两个平面的任意平面所截，如果截得的两个截面的面积相等，那么这两个几何体的体积相等。

3. 柱体体积

特殊的棱柱——正方体、长方体的体积公式, 它们的体积公式可以统一为:

$$V = Sh \quad (S \text{ 为底面面积, } h \text{ 为高}).$$



柱体(棱柱、圆柱)的体积是:

$$V = Sh$$

其中 S 为底面面积, h 为高.

例 4 有一堆相同规格的六角螺母毛坯共重 5.8kg, 已知底面正六边形的边长是 12mm, 高是 10mm, 内孔直径是 10mm, 那么约有毛坯多少个? (铁的密度是 7.8g/cm^3)

解: 六先算底面正六边形的面积, 底面可以划分成 6 个全等的三角形, 边长为 12 角螺母毛坯的体积是正六棱柱的体积与圆柱体积之差

一个三角形面积为

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2$$

正六边形的面积为 $S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times 6$

因为 $V_{\text{正六棱柱}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times 6 \times 10 \approx 3741 \text{ (mm}^3\text{)},$

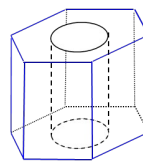
$$V_{\text{圆柱}} = \pi \times 5^2 \times 10 \approx 785 \text{ (mm}^3\text{)},$$

所以一个毛坯的体积为

$$V = 3741 - 785 \approx 2956 \text{ (mm}^3\text{)} = 2.956 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

又因为 $5800 \div (7.8 \times 2.956) \approx 251$

因此这堆毛坯约有 251 个.



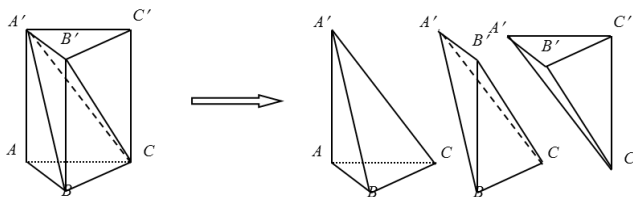
练习: 已知长方体的铁块长、宽、高分别是 2, 4, 8, 将它溶化后铸成一个正方体形的铁块(不计损耗), 求铸成的铁块的棱长.

解: 正方体棱长为 a , 溶化前后体积不变

所以 $2 \times 4 \times 8 = a^3$ 则 $a = 4$

4. 锥体体积

探究棱锥与同底等高的棱柱体积之间的关系



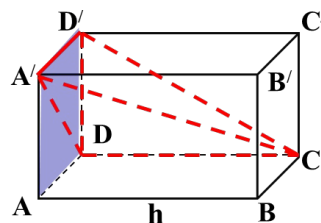
三棱锥与同底等高的三棱柱的关系

锥体（棱锥、圆锥）的体积 $V = \frac{1}{3}Sh$ （其中 S 为底面面积， h 为高） 是

例5 在长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中，可以截出一个棱锥 $C-A'DD'$ ，求这个棱锥的体积与剩余体积之比

解：将长方体看成四棱柱 $ADD'A'-BCC'B'$ ，设它的底面 $ADD'A'$ 为 S ，高为 h ，则它的体积为 $V=Sh$

棱锥 $C-A'DD'$ 的底面积为 $\frac{1}{2}S$



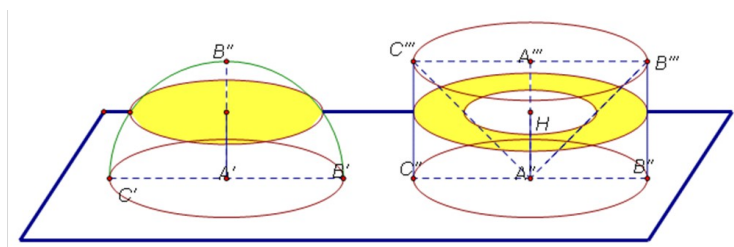
因此棱锥 $C-A'DD'$ 的体积 $V_1 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}Sh = \frac{1}{6}V$

所以剩余部分的体积是 $V - V_1 = V - \frac{1}{6}V = \frac{5}{6}V$

因此这个棱锥的体积与剩余部分的体积之比为

$$\frac{V_1}{V - V_1} = \frac{1}{6}V \div \frac{5}{6}V = 1:5$$

5. 球的体积公式

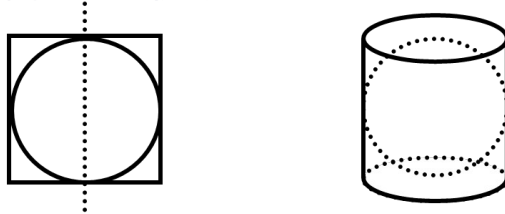


$$\frac{1}{2}V_{\text{球}} = \pi R^2 \cdot R - \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot R = \frac{2}{3}\pi R^3$$

$$V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

结论：一个底面半径和高都等于 R 的圆柱，挖去一个以上底面为底面，下底面圆心为顶点的圆锥后，所得几何体的体积与一个半径为 R 的半球的体积相等

例6 求证：在圆柱容球中，球的体积是圆柱体积的 $\frac{2}{3}$ ，球的表面积也是圆柱全面积的 $\frac{2}{3}$ 。



证明：（1）设球的半径为 R ，则圆柱的底面半径为 R ，高为 $2R$ 。则有 $V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi R^3$ ， $V_{\text{圆柱}} = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3$ ，

$$V_{\text{球}} : V_{\text{柱}} = \frac{4}{3}\pi R^3 : 2\pi R^3 = \frac{2}{3} \quad \text{所以 } V_{\text{球}} = \frac{2}{3}V_{\text{圆柱}}$$

（2）因为 $S_{\text{球}} = 4\pi R^2$ ，

$$S_{\text{圆柱}} = S_{\text{圆柱侧}} + S_{\text{圆柱底}} = 2\pi R \cdot 2R + 2\pi R^2 = 6\pi R^2,$$

$$S_{\text{球}} : S_{\text{柱}} = 4 : 6 = 2 : 3 \quad S_{\text{球}} = \frac{2}{3}S_{\text{圆柱}}$$

练习：P134 1-5

教学小结

多面体与旋转体的体积公式

柱体	$V = Sh$
锥体	$V = \frac{1}{3}Sh$
球	$V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi R^3$

评价与反馈

布置作业

P 136 1-3