

一、教学目标 (知识目标、能力目标、思想目标)

1. 了解圆柱、圆锥、球的概念
2. 掌握柱体、锥体、球的表面积和体积的求法
3. 情感与价值: 通过学习, 使学生感受到几何体面积和体积的求解过程, 对自己空间思维能力影响。从而增强学习的积极性。

二、教学重点、难点

重点: 柱体、锥体表面积计算公式

难点: 柱体、锥体表面积计算

三、教学准备 (教材、教具、教学参考书)

1、学法: 学生通过阅读教材, 自主学习、思考、交流、讨论和概括, 通过剖析实物几何体感受几何体的特征, 从而更好地完成本节课的教学目标。

2、教学用具: 实物几何体

四、教法与学法

讲授、提问、练习、反馈、总结、讨论

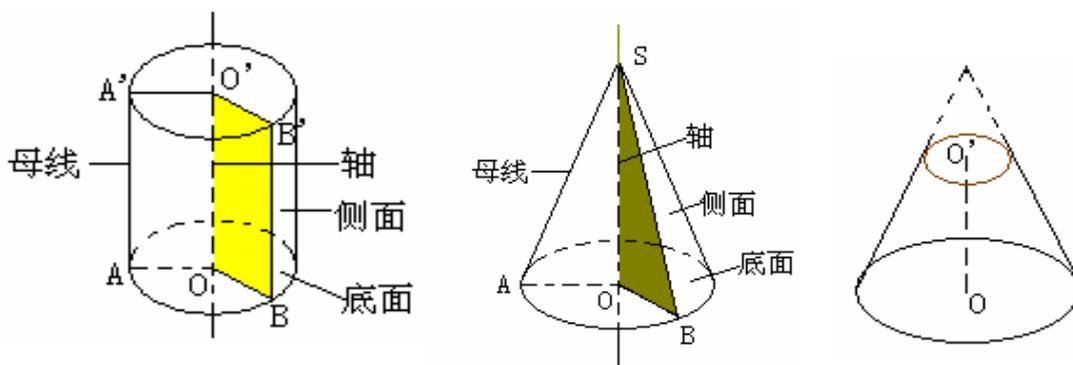
五、教学内容与步骤

6.1.3 圆柱、圆锥、球

1. 圆柱的结构特征:

出示圆柱的几何体, 和学生一起, 观察总结出圆柱的定义及其相关概念

(1) 定义: 以矩形的一边所在的直线为轴旋转, 其余三边旋转形成的面所围成的旋转体叫圆柱



(2) 圆柱的有关概念: 在圆柱中, 旋转的轴叫做圆柱的**轴**, 垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做圆柱的**底面**, 平行于轴的边旋转而成的曲面叫做圆柱的**侧面**, 无论旋转到什么位置, 不垂直于轴的边都叫做圆柱侧面的**母线**。

(3) 圆柱的表示方法: 圆柱用表示它的轴的字母表示, 例如 P5 图 1.1-7 中的圆柱表示为圆柱 $O'O$,

讨论: 棱柱与圆柱的共同特征?

圆柱和棱柱统称为**柱体**。

2. 圆锥的结构特征:

出示圆锥的几何体, 和学生一起, 观察总结出圆锥的定义及其相关概念

(1) 定义: 以直角三角形的一条直角边所在的直线为轴旋转, 其余两边旋转形成的面所围成的旋转体叫**圆锥**。

(2) 圆柱的有关概念: 在圆锥中, 旋转的轴叫做圆锥的**轴**, 垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做圆锥的**底面**, 斜边旋转而成的曲面叫做圆锥的**侧面**, 无论旋转到什么位置, 不垂直于轴的边都叫做圆锥的**母线**。

(3) 圆锥的表示方法: 圆锥用表示它的轴的字母表示, 例如 P5 图 1.1-8 中的圆锥表示为圆锥 SO。

讨论: 棱锥与圆锥的共同特征?

圆锥和棱锥统称为**锥体**。

例3 在底面半径为2, 母线长为4的圆锥中内接有一个高为 $\sqrt{3}$ 的圆柱, 求这个圆柱的底面半径。

解: 连结AO, 交内接圆柱上底面于 O_1 , 由题意知

$$OC=2, AC=4, OO_1=\sqrt{3}$$

在Rt $\triangle AOC$ 中, 有

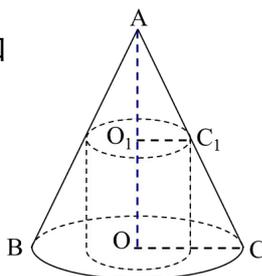
$$AO=\sqrt{AC^2-OC^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$$

$$AO_1=AO-OO_1=\sqrt{3}$$

根据相似三角形的性质有 $\frac{O_1C_1}{OC} = \frac{AO_1}{AO}$, 即

$$\frac{O_1C_1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

解得 $O_1C_1=1$ 所以圆柱的底面半径为1



3. 球的结构特征:

(1) 定义: 以半圆的直径所在直线为旋转轴, 半圆面旋转一周形成的旋转体, 叫**球体**, 简称**球**。

(2) 结合课本图认识: 球心、半径、直径。

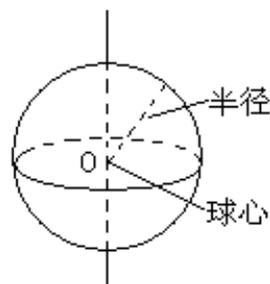
在球中, 半圆的圆心叫做球的**球心**, 半圆的半径叫做球的**半径**, 半圆的直径叫做球的**直径**。

(3) 球的表示:

球常用表示球心的字母表示, 例如图中的球表示为球 O。

(4) 用集合角度看球: 球面可以看作空间中与定点 (球心) 距离等于定长 (半径) 的点的全体构成的集合 (轨迹);

同样, 球体也可以看作空间中与定点距离等于或小于定长的点的全体构成的集合。



(5) 球的截面

用一个平面去截一个球, 截面是圆面。

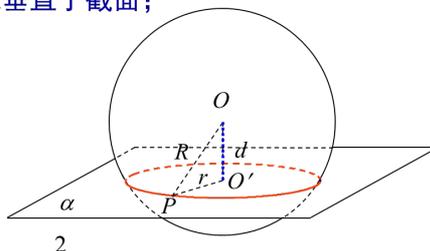
① 球心和截面圆心的连线垂直于截面;

② 球心到截面的距离 d

与球的半径 R ,

有下面的关系:

$$d = \sqrt{R^2 - r^2}$$



(6) 大圆

球面被经过球心的平面截得的圆叫做大圆

(7) 小圆

被不经过球心的平面截得的圆叫做小圆.

(8) 两点的球面距离

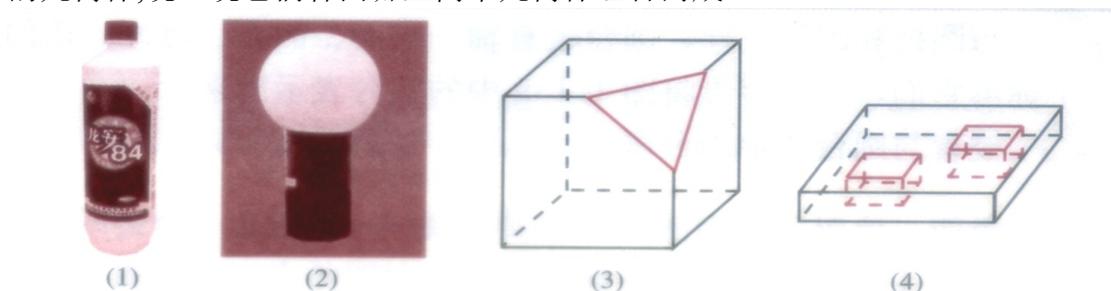
球面上两点之间的最短距离, 就是经过两点的大圆在这两点间的一段劣弧的长度, 我们把这个弧长叫做两点的球面距离.

练一练, 加深理解

指导学生完成习题 P126 1-7

4. 简单组合体的结构特征:

(1) 观察讨论: 现实世界中物体表示的几何体, 除了柱体、锥体、球体等简单几何体外, 还有大量的几何体是由简单几何体组合而成的。请同学们观察课本 P6 图 1.1-11 所给出的几何体, 说一说它们各由哪些简单几何体组合而成?



(2) 定义: 由简单几何体 (如柱、锥、球等) 组合而成的几何体叫简单组合体。列举生活中的实例。

6.2.1 空间几何体的表面积

【新知识】

(1) 多面体的表面积

1. 直棱柱的表面积

正棱柱所有侧面的面积之和, 叫做正棱柱的侧面积。正棱柱的侧面积与两个底面面积之和, 叫做正棱柱的全面积。

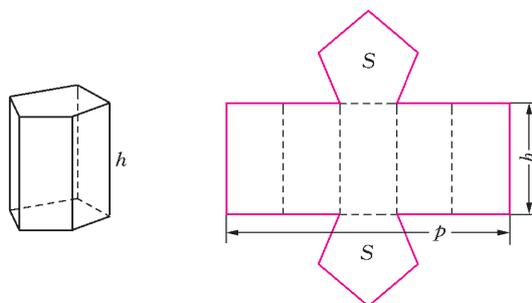


图9-57

观察正棱柱的表面展开图 (图9-57), 可以得到正棱柱的侧面积、全面积计算公式分别为

$$S_{\text{正棱柱侧}} = ch \quad (9.1)$$

$$S_{\text{正棱柱全}} = ch + 2S_{\text{底}} \quad (9.2)$$

其中, c 表示正棱柱底面的周长, h 表示正棱柱的高, $S_{\text{底}}$ 表示正棱柱底面的面积.

可以得到正棱柱的体积计算公式为 (公式推导略) $V_{\text{正棱柱}} = S_{\text{底}}h \quad (9.3)$

其中, $S_{\text{底}}$ 表示正棱锥的底面的面积, h 是正棱锥的高.

***巩固知识 典型例题**

【知识巩固】

例 已知一个正三棱柱的底面边长为4 cm, 高为5 cm, 求这个正三棱柱的侧面积和体积.

解 正三棱柱的侧面积为

$$S_{\text{侧}} = ch = 3 \times 4 \times 5 = 60 \text{ (cm}^2\text{)} .$$

由于边长为4 cm的正三角形面积为

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} ,$$

所以正三棱柱的体积为

$$V = S_{\text{底}}h = 4\sqrt{3} \times 5 = 20\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)} .$$

【小提示】

边长为 a 的正三角形的面积为 $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$.

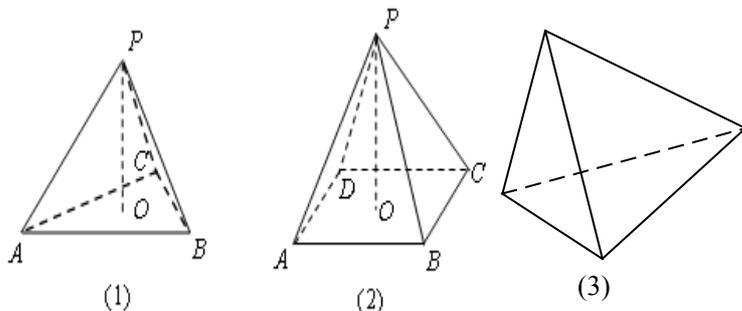


图 9-60

2. 正棱锥的表面积

*动脑思考 探索新知

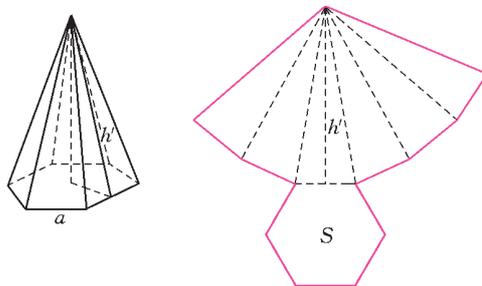
底面是正多边形, 其余各面是全等的等腰三角形矩形的棱锥叫做**正棱锥**. 图 9-60 中 (1)、(2) 分别表示正三棱锥、正四棱锥.

正棱锥有下列性质:

- (1) 各侧棱的长相等;
- (2) 各侧面都是全等的等腰三角形. 各等腰三角形底边上的高都叫做**正棱锥的斜高**;
- (3) 顶点到底面中心的连线垂直与底面, 是正棱锥的高;
- (4) 正棱锥的高、斜高与斜高在底面的射影组成一个直角三角形;
- (5) 正棱锥的高、侧棱与侧棱在底面的射影也组成一个直角三角形. **【想一想】**

四棱锥 $P-ABCD$ 中, 如果棱锥的侧棱长相等, 那么它是不是正四棱锥? 如果棱锥的底面是正方形, 那么它是不是正四棱锥?

【新知识】



观察正棱锥的表面展开图, 可以得到正棱锥的侧面积、全面积 (表面积) 计算公式分别为

$$S_{\text{正棱锥侧}} = \frac{1}{2}ch'$$

$$S_{\text{正棱锥全}} = \frac{1}{2}ch' + S_{\text{底}}$$

其中, c 表示正棱锥底面的周长, h' 是正棱锥的**斜高**, $S_{\text{底}}$ 表示正棱锥的底面的面积, h 是

正棱锥的高. 其中, $S_{\text{底}}$ 表示正棱锥的底面的面积, h 是正棱锥的高.

*巩固知识 典型例题

例1 一个正四棱锥 $S-ABCD$ 的高 SO 和底面边长都是4, 如图, 求它的侧面积.

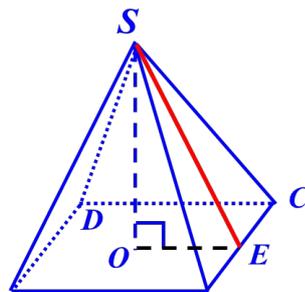
解: 过点 S 作 $SE \perp BC$ 于点 E , 连结 OE .

$$S_{\text{正棱锥侧}} = \frac{1}{2}nah' = \frac{1}{2}ch'$$

则在 $\text{Rt}\triangle SOE$ 中,

$$SE^2 = SO^2 + OE^2 = 16 + 4 = 20,$$

$$\text{所以 } SE = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$



【知识巩固】

正四棱锥的高是 a , 底面的边长是 $2a$, 求它的全面积与体积. 思考并回答下面的问题:

正棱柱的侧面积、全面积、体积公式, 正棱锥的侧面积、全面积、体积公式?

结论:

$$S_{\text{正棱柱侧}} = ch; \quad S_{\text{正棱柱全}} = ch + 2S_{\text{底}};$$

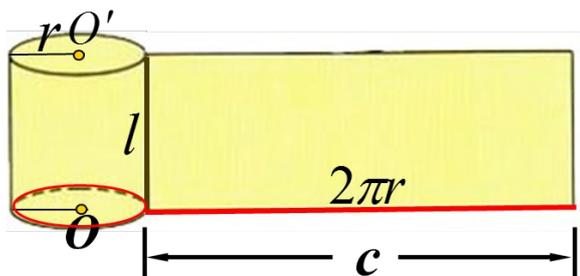
$$V_{\text{正棱柱}} = S_{\text{底}}h;$$

$$S_{\text{正棱锥侧}} = \frac{1}{2}ch'; \quad S_{\text{正棱锥全}} = \frac{1}{2}ch' + S_{\text{底}};$$

$$V_{\text{正棱锥}} = \frac{1}{3}S_{\text{底}}h.$$

(2) 旋转体的表面积

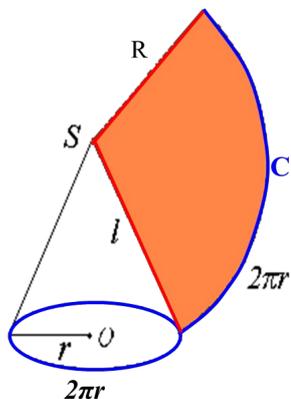
1. 圆柱



圆柱的侧面展开图是矩形

$$S_{\text{圆柱侧面积}} = cl = 2\pi rl$$

2. 圆锥的侧面积



$$S_{\text{圆锥侧面积}} = \frac{1}{2} cl = \pi rl$$

例 2. 已知圆锥的底面半径为 2, 母线长为 4, 求

(1) 该圆锥的全面积; (2) 侧面展开图的圆心角

解: (1) 该圆锥的全面积是侧面积与它的底面积的和. 因此

$$S = \pi rl + \pi r^2 = \pi \times 2 \times 4 + \pi \times 2^2 = 12\pi$$

(2) 由弧长公式 $c = \frac{n}{360} \times 2\pi R = \frac{n\pi R}{180}$

$$\frac{n\pi \times 4}{180} = 2\pi \times 2 \quad n = \frac{4\pi \times 180}{4\pi} = 180$$

所以它的侧面展开图的圆心角的大小为 180°

3. 球的表面积

由球的半径 R 计算球表面积 S 的公式: $S = 4\pi R^2$

球的表面积等于大圆面积的四倍.

例3 已知过球面上A, B, C三点的截面和球心的距离为球半径的一半, 且 $AB=BC=CA=2$. 求球的表面积.

解: 设截面圆圆心为 O' , 则点 O' 是 $\triangle ABC$ 的中心.

连接 $O'A$, 设球的半径为 R , 则

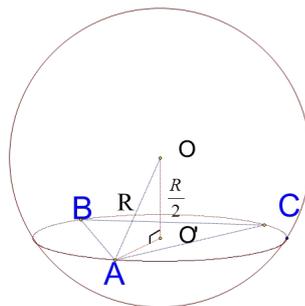
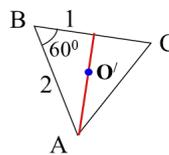
$$\triangle ABC \text{的高} = \sin 60^\circ \times 2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2$$

$$O'A = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{在Rt}\triangle O'O A \text{中, } R^2 = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2$$

$$\text{所以 } R = \frac{4}{3}$$

$$\text{因此 } S = 4\pi R^2 = 4\pi \times \frac{16}{9} = \frac{64\pi}{9}$$



练习: P131 1-2

(四)、教学小结

本节课学习了柱体、锥体、球的的侧面积公式。用联系的观点看待三者之间的关系, 更加便于我们对空间几何体的了解和掌握。

(五)、评价与反馈

(六)、布置作业

P131 3-5