



课程名称: 数学 授课班级: 三年制全部

授课人: 序号: \_

课题: 2.1 一元二次方程 2.2.1 不等式的性质

2.2.2 不等式的解集与区间

类型: 复习、练习

教学时数: 2

### 一、教学目标 (知识目标、能力目标、思想目标)

- (1) 掌握配方法, 会用配方法解决有关问题。
- (2) 会解一元二次方程。
- (3) 掌握不等式的性质, 会用比较法证明简单不等式。
- (4) 理解不等式的解集与区间的关系

### 二、教学重点、难点

重点: 一元二次方程的其解法  
 难点: 会用配方法解决有关问题

### 三、教学准备 (教材、教具、教学参考书)

教材、《数学教学参考》

### 四、教法与学法

讲授、提问、练习、反馈、总结、讨论

### 五、教学内容与步骤

#### (一)、检查复习

一元二次方程的定义?

#### (二)、导入新课

初中学过一元二次方程的解法有几种?

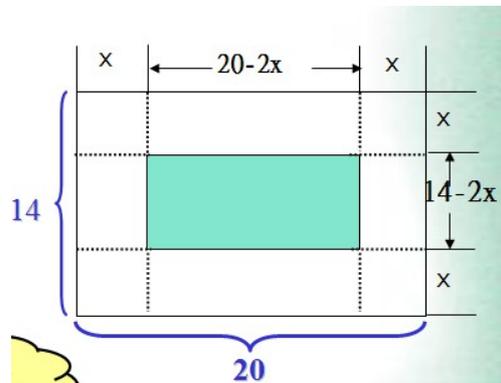
如图, 有一块矩形纸板, 长为 20cm, 宽为 14cm, 在它的四角各切去一个同样的正方形, 然后将四周突出部分沿虚线折起, 就能制作一个无盖方盒, 如果要制作的无盖方盒的底面积为  $72\text{cm}^2$ , 那么纸板各角应切去边长为多大的正方形?

解: 设切去的小正方形的边长为  $x$ , 则盒子底面长方形的长是  $(20-2x)\text{cm}$ , 宽是  $(14-2x)\text{cm}$ . 根据题意列方程

$$(20-2x)(14-2x)=72.$$

化简, 得  $x^2-17x+52=0$ .

再求出  $x$  即可.



#### (三)、讲授新课

## 2.1 一元二次方程

一元二次方程的概念及其解法

#### 【知识要点】

1. 一元二次方程, 含有一个未知数, 并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫做一元二次方程。



课程名称: 数学 授课班级: 三年制全部

授课人: 序号: \_

课题: 2.1 一元二次方程 2.2.1 不等式的性质

2.2.2 不等式的解集与区间

类型: 复习、练习

教学时数: 2

2. 一元二次方程的一般形式  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ )

1. 解一元二次方程的基本方法有求根公式法, 直接开平方法, 配方法和因式分解法。

4.  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 求根公式:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  ( $b^2 - 4ac \geq 0$ )

5. 一元二次方程的判别式:  $\Delta = b^2 - 4ac$

(1)  $\Delta > 0 \Leftrightarrow$  一元二次方程有两个不相等的实数根;

(2)  $\Delta = 0 \Leftrightarrow$  一元二次方程有两个相等的实数根;

(3)  $\Delta < 0 \Leftrightarrow$  一元二次方程没有实数根。

6. 一元二次方程根与系数的关系 (韦达定理)

设方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 的两根为  $x_1, x_2$ , 则两根与系数  $a, b, c$  关系为:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

### 【典型例题解析】

例1 用配方法解一元二次方程

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \quad ($$

解: 移项, 得  $x^2 + 2x = 3$ , 配方, 得  $x^2 + 2x + 1 = 3 + 1$

即  $(x+1)^2 = 4$ . 开平方, 得  $x+1 = -2$  或  $x+1 = 2$

解得  $x_1 = -3, x_2 = 1$  所以原方程的两个根为  $-3, 1$

例2 利用配方法解方程  $2x^2 - 7x + 3 = 0$

分析 这个方程的二次项系数是2, 为了便于配方, 可把二次项系数化为1, 因此需要将方程的两边都除以2。

解 把方程的两边都除以2, 得

$$x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\text{配方, 得 } x^2 - \frac{7}{2}x + \left(\frac{7}{4}\right)^2 - \left(\frac{7}{4}\right)^2 + \frac{3}{2} = 0$$

$$\text{整理, 得 } \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 =$$

$$\text{于是 } x - \frac{7}{4} = \pm$$

$$\text{即 } x_1 = 3, \quad x_2 =$$

说明 本题配方的关键是寻找  $\left(\frac{7}{4}\right)^2$ 。也就是寻找公式中的  $b^2$ , 由于  $2b = \frac{7}{2}$ , 故  $b = \frac{7}{4}$ ,  $b^2 = \left(\frac{7}{4}\right)^2$ 。

例3 利用因式分解法解方程  $3x^2 - 16x + 5 = 0$

分析 将方程的左边的二次三项式因式分解。

解 原方程可变形为  $(3x-1)(x-5) = 0$

故  $3x-1=0$  或  $x-5=0$

即  $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = 5$

说明 直接开平方法和因式分解法是解一元二次方程最常用的方法; 求根公式法是基本方法; 配方法则得到求根公式推理方法, 同时配方的思想在数学的许多方面有广泛的应用, 在解题时, 要具体分析方程的特点, 选择题适当的方法。

### 【单元闯关】



课程名称: 数学 授课班级: 三年制全部 授课人: 序号: \_

课题: 2.1 一元二次方程 2.2.1 不等式的性质

2.2.2 不等式的解集与区间

类型: 复习、练习

教学时数: 2

1. 填空题:

- (1) 一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 的根的判别式  $\Delta =$  \_\_\_\_\_, 当  $\Delta > 0$  时, 有两个 \_\_\_\_\_ 的实数根; 当  $\Delta = 0$  时, 有两个 \_\_\_\_\_ 的实数根; 当  $\Delta < 0$  时, \_\_\_\_\_ 实数根。
- (2)  $x^2+6x+ \underline{\hspace{1cm}} = (x+ \underline{\hspace{1cm}})^2$
- (3)  $x^2-x+ \underline{\hspace{1cm}} = (x- \underline{\hspace{1cm}})^2$
- (4)  $x^2+8x+ \underline{\hspace{1cm}} = (x+ \underline{\hspace{1cm}})^2$ ;  $x^2- \underline{\hspace{1cm}} = (x- \underline{\hspace{1cm}})^2$
- (5) 方程  $2x^2+3x-1=0$  中,  $\Delta =$  \_\_\_\_\_, 此方程有两个 \_\_\_\_\_ 的实数根
- (6) 方程  $2x^2-2x+8=0$  中,  $\Delta =$  \_\_\_\_\_, 此方程 \_\_\_\_\_ 实数根
- (7) 当  $k =$  \_\_\_\_\_ 时, 方程  $(k-3)x^2+x-5=0$  不是二元一次方程。
- (8)  $25(x-1)^2=16$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_

2. 选择题

- (1) 已知一元二次方程  $x^2+3x-4=0$  的两个根为  $x_1, x_2$ , 则  $x_1 \cdot x_2$  的值是 ( )  
 A、4                                      B、-4                                      C、3                                      D、-3
- (2) 若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $2x^2-3x+1=0$  的两个根, 则  $x_1^2+x_2^2$  的值是 ( )  
 A.  $\frac{5}{4}$                                       B.  $\frac{9}{4}$                                       C.  $\frac{11}{4}$                                       D. 7
- (3) 一元二次方程  $x^2-4x+3=0$  的解为 ( )  
 A、 $x=3$     B、 $x=1$     C、 $x=3$  或  $x=1$     D、 $x=-3$  或  $x=-1$

3. 用因式分解法解下列方程;

- (1)  $x^2+7x+6=0$     (2)  $y^2-7y-60=0$     (3)  $6x^2-31x+35=0$     (4)  $3x^2-2x-1=0$

4. 用公式法解方程;

- (1)  $x^2+2x-2=0$     (2)  $2y^2-8y-1=0$

## 2.2.1 不等式的性质

1. 实数的大小

问题 现有 5kg 白糖水, 其中含白糖 1kg. 再添加白糖  $m$  ( $m > 0$ ) kg 并全部溶解. 添加白糖之前, 糖水的浓度是  $\frac{1}{5}$ , 添加白糖之后, 糖水的浓度是  $\frac{1+m}{5+m}$ ,

显然有  $\frac{1+m}{5+m} > \frac{1}{5}$

从数学的角度来看, 当  $m > 0$  时, 这个等式一定成立吗? 对任意实数  $a, b$  如何比较大小?

**实数与数轴上的点是一一对应的, 数轴上的任意两点中, 右边的点对应的实数比左边的点对应的实数大.**

数轴上的任意两点中, 右边的点对应的实数比左边的点对应的实数大。

对任意两个实数  $a$  和  $b$ , 它们具有如下的基本性质:

$$a-b > 0 \Leftrightarrow a > b$$

$$a-b = 0 \Leftrightarrow a = b$$

$$a-b < 0 \Leftrightarrow a < b$$

例 1 比较下列各组中两个实数的大小:

- (1)  $-\frac{2}{3}$  和  $-\frac{3}{4}$ ;    (2)  $2x^2+1$  和  $x^2-1$ ;  
 (3)  $a^3+a-2$  和  $2a^2-a-1$ ;



课程名称: 数学 授课班级: 三年制全部

授课人: 序号: \_

课题: 2.1 一元二次方程 2.2.1 不等式的性质  
2.2.2 不等式的解集与区间

类型: 复习、练习 教学时数: 2

(4)  $x^2+5$  和  $4x$ .

解: (1) 因为  $-\frac{2}{3} - (-\frac{3}{4}) = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12} > 0$   
所以  $-\frac{2}{3} > -\frac{3}{4}$

(2) 因为  $(2x^2+1) - (x^2-1) = 2x^2+1-x^2+1 = x^2+2 > 0$

所以  $2x^2+1 > x^2-1$

(3) 因为  $(a^2+a-2) - (2a^2-a-1) = a^2+a-2-2a^2+a+1$   
 $= -a^2+2a-1 = -(a^2-2a+1) = -(a-1)^2 \leq 0$

所以  $a^2+a-2 \leq 2a^2-a-1$

(4) 因为  $x^2+5-4x = x^2-4x+2^2-4+5 = (x-2)^2+1 > 0$

所以  $x^2+5 > 4x$

**作差比较法**是一种常见的比较两个实数(或代数式)大小的方法,一般步骤是:把要比较的两个实数(或代数式)作差,然后进行化简,判断最终化简结果的符号,从而判断出两个实数(或代数式)的大小。

### 不等式的性质

性质 1(传递性) 如果  $a > b, b > c$ , 那么  $a > c$

性质 2(加法法则) 如果  $a > b$  那么  $a+c > b+c$

性质 3(乘法法则) 如果  $a > b, c > 0$  那么  $ac > bc$ ; 如果  $a > b, c < 0$  那么  $ac < bc$

推论 对于  $a > 0, b > 0$ , 有  $a > b \Leftrightarrow a^2 > b^2$

证明: 因为  $a > 0, b > 0$ , 所以  $a+b > 0$

则有  $a > b \Leftrightarrow a-b > 0 \Leftrightarrow (a-b)(a+b) > 0$

$$\Leftrightarrow a^2 - b^2 > 0 \Leftrightarrow a^2 > b^2$$

例 2 将下列不等式化成“ $x > a$ ”或“ $x < a$ ”的形式

(1)  $2x-5 < -1$ ; (2)  $-6x+9 < 3$

解: (1) 不等式两边都加上 5, 得  $2x < 4$ .

不等式两边都除以 2, 得  $x < 2$

(2) 不等式两边都减去 9, 得  $-6x < -6$ .

不等式两边都除以 -6, 得  $x > 1$

练习: P26 1-3

### 2.2.2 不等式的解集与区间

问题 某班级有 8 名同学参加植树活动, 要求植树的总数不少于 32 棵, 则平均每名同学至少要植树多少棵?

解: 设平均每名同学植树  $x$  棵, 则  $8x \geq 32$ ,

两边同除以 8, 得  $x \geq 4$

#### 1. 一元一次不等式的定义

只含有一个未知数, 并且未知数的次数是 1, 系数不等于 0 的整式不等式叫做一元一次不等式.

#### 2. 不等式的解集

一般地, 在含有未知数的不等式中, 能使不等式成立的未知数值的全体所构成的集合, 叫做不等式的解集.

$8x \geq 32$  的解集为  $\{x | x \geq 4\}$



课程名称: 数学 授课班级: 三年制全部

授课人: 序号: \_

课题: 2.1 一元二次方程 2.2.1 不等式的性质

2.2.2 不等式的解集与区间

类型: 复习、练习

教学时数: 2

不等式的解集, 一般可用性质描述法来表示。

求不等式解集的过程, 叫做解不等式。

例3 解不等式  $\frac{2x+3}{5} \geq \frac{x-1}{2} + 1$

解: 去分母, 得  $2(2x+3) \geq 5(x-1)+10$

去括号, 得  $4x+6 \geq 5x-5+10$

移项, 得  $4x-5x \geq -6-5+10$

合并同类项, 得  $-x \geq -1$

两边都除以-1, 得  $x \leq 1$

原不等式的解集为  $\{x|x \leq 1\}$

### 3.一元一次不等式组的定义

一般地, 含有相同未知数的几个一元一次不等式所组成的不等式组叫做一元一次不等式组。

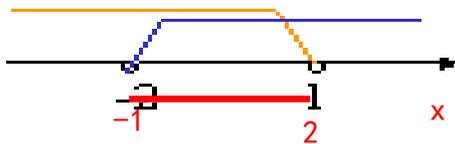
例如: 
$$\begin{cases} x \geq 4000 \\ x \leq 4100 \\ x \leq 5040 \end{cases}$$

几个一元一次不等式的解集的交集, 叫由它们所组成的一元一次不等式组的解集。求不等式组解集的过程, 叫做解不等式组。

例4 解不等式组 
$$\begin{cases} x-5 \leq 2x-4 & (1) \\ 3x+1 < 9-x & (2) \end{cases}$$

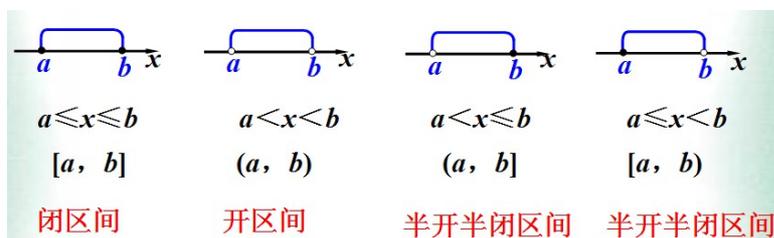
解: 原不等式组中(1)和(2)的解集分别为  $\{x|x \geq -1\}, \{x|x < 2\}$

所以原不等式组的解集是  $\{x|x \geq -1\} \cap \{x|x < 2\} = \{x|-1 \leq x < 2\}$



### 4.解集与区间

设  $a < x < b$



其中  $a, b$  叫做区间的端点。



对于实数集  $\mathbf{R}$ , 也可用区间  $(-\infty, +\infty)$  表示.

$+\infty$  读作“正无穷大”;  $-\infty$  读作“负无穷大”。

例5 用区间记法表示下列不等式的解集

- (1)  $-3 < x \leq 8.5$     (2)  $x \geq 10$   
 (3)  $9 \leq x \leq 10$ ;    (4)  $x \leq 0.4$ .

解: (1)  $(-3, 8.5]$     (2)  $[10, +\infty)$     (3)  $[9, 10]$     (4)  $(-\infty, 0.4]$

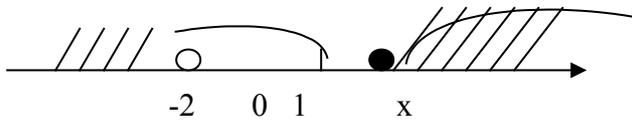
例6 用集合描述法表示下列区间

- (1)  $[4, 12]$     (2)  $(-\infty, -6)$

解: (1)  $\{x | 4 \leq x \leq 12\}$     (2)  $\{x | x < -6\}$

例7 在数轴上表示集合  $\{x | x < -2 \text{ 或 } x \geq 1\}$

解: 如图所示:



练习: P30 1-2

#### (四)、教学小结

本节课主要学习了一元二次方程的解法。不等式的性质，作差比较法；不等式的解集与区间

#### (五)、评价与反馈

由于学生基础较差，要求学生课下还要多加练习。

#### (六)、布置作业

1. 用配方法解方程;

- (1)  $x^2 - 6x + 4 = 0$     (2)  $2x^2 - 5x - 1 = 0$     (3)  $x^2 + 4x - 12 = 0$

2. 剪一块面积是  $150\text{cm}^2$  的长方形铁片，使它的长比宽多  $5\text{cm}$ ，则这块铁片长和宽各是多少？

P30 3-5