



一、教学目标（知识目标、能力目标、思想目标）

1. 理解逻辑联结词如果…那么…, 并且会用它表述命题
2. 理解推出关系
3. 会判断充分条件、必要条件和充要条件
4. 提高学生用逻辑语言表述数学命题的能力。
5. 通过本节的学习使学生体会到数学语言的精确性, 培养学生的理性精神。

二、教学重点、难点

1. 教学重点：判断充分条件、必要条件和充要条件, 正确理解并阐明三个概念
2. 教学重点：区分充分条件、必要条件

三、教学准备（教材、教具、教学参考书）

教材：数学 第一册
 参考书：数学 第一册参考书

四、教法与学法

教学中指出“ $p \Rightarrow q$ ”与“ p 是 q 的充分条件”“ q 是 p 的必要条件”这三句话表达的是同一逻辑关系。学生当堂练习, 逐步加深对充分条件、必要条件的理解。

五、教学内容与步骤

（一）、检查复习

已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $M = \{1, 3, 5\}$, $N = \{1, 2\}$, 求 $M \cap N$, $M \cup N$, $\complement_U (M \cup N)$

（二）、导入新课

如果 $x=y$, 能否得到 $x^2=y^2$ 呢?

（三）、讲授新课

1. 充要条件

问题1 设 $p: x=1$; $q: x^2-1=0$. 由条件 p 成立能推出结

论 q 成立, 由结论 q 成立不能推出条件 p 成立 .

$p \Rightarrow q$ P 是 q 的充分条件

问题2 设 $p: (x-3)(x-1)=0$; $q: x=1$. 由条件 p 成立不能推出

结论 q 成立, 由结论 q 成立能推出条件 p 成立.

$p \Leftarrow q$ P 是 q 的必要条件

例如 (1) “如果 $x=y$, 则 $x^2=y^2$ ” 是真命题, 这个命题

还可表述为哪几种形式?



解 还可以表述为

- (1) $x=y \Rightarrow x^2=y^2$;
- (2) $x=y$ 是 $x^2=y^2$ 的充分条件;
- (3) $x^2=y^2$ 是 $x=y$ 的必要条件.

(1) “在 $\triangle ABC$ 中, 如果 $AB=AC$, 则 $\angle B=\angle C$ ”, 这个命题还可表述为哪几种形式?

解 还可以表述为

- (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC \Rightarrow \angle B=\angle C$;
- (2) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$ 是 $\angle B=\angle C$ 的充分条件;
- (3) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$ 是 $\angle B=\angle C$ 的必要条件.

一般地, 如果 p 是 q 的充分条件 ($p \Rightarrow q$), p 是 q 的必要条件 ($p \Leftarrow q$), 则称 p 是 q 的充分必要条件, 简称充要条件.

记作 $p \Leftrightarrow q$.

显然, 如果 p 是 q 的充要条件,

那么 q 也是 p 的充要条件.

又常说成 q 当且仅当 p , 或 p 与 q 等价

例 1 用充分条件、必要条件或充要条件表示下列各题中 p 与 q 的关系

- (1) $p: x > 3, q: x > 5$
- (2) $p: x=y, q: x^2=y^2$
- (3) $p: x$ 是矩形, $q: x$ 是有一个角为直角的平行四边形

解: (1) P 是 q 的必要条件, q 是 p 的充分条件

(2) P 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件

(3) P 是 q 的充要条件

练习

用“充分条件”“必要条件”“充要条件”填空:



(1) $p: x$ 是整数是 $q: x$ 是有理数的_____;

(2) $p: x=3$ 是 $q: x^2=9$ 的_____;

(3) $p: 同位角相等$ 是 $q: 两直线平行$ 的_____;

(4) $p: (x-2)(x-3)=0$ 是 $q: x-2=0$ 的 _____

2. 子集与推出的关系

集合 $Q=\{x \mid x \text{ 是有理数}\}$, $R=\{x \mid x \text{ 是实数}\}$

Q 是 R 的子集, 即 $Q \subseteq R$;

命题“如果 x 是有理数, 则 x 是实数”正确;

即 x 是有理数 $\Rightarrow x$ 是实数.

这说明 $Q \subseteq R$ 与“ x 是有理数 $\Rightarrow x$ 是实数”是等价的

一般的, 集合 $A=\{x \mid p(x)\}$, $B=\{x \mid q(x)\}$,

那么 $A \subseteq B$ 与 $p \Rightarrow q$ 等价

$A = B$ 与 $p \Leftrightarrow q$ 等价

例2 判断下列集合 A 与 B 的关系.

(1) $A=\{x \mid x \text{ 是 } 12 \text{ 的约数}\}$, $B=\{x \mid x \text{ 是 } 36 \text{ 的约数}\}$;

(2) $A=\{x \mid x > 3\}$, $B=\{x \mid x > 5\}$;

(3) $A=\{x \mid x \text{ 是矩形}\}$,

$B=\{x \mid x \text{ 是有一个角为直角的平行四边形}\}$

解 (1) 因为 x 是 12 的约数 $\Rightarrow x$ 是 36 的约数,

所以 $A \subseteq B$;

(2) 因为 $x > 5 \Rightarrow x > 3$,

所以 $B \subseteq A$;

(3) 因为 x 是矩形 $\Leftrightarrow x$ 是有一个角为直角的平行四边形,

所以 $A=B$.



练习:

用“充分而不必要条件”“必要而不充分条件”、“充要条件”填空.

- (1) $a=b$ 是 $a+c=b+c$ 的 () ;
- (2) 两个三角形全等是两个三角形相似的 () ;
- (3) $a+5$ 是无理数是 a 是无理数的 () .

(四)、教学小结

1.充分条件与必要条件

即 如果 p , 则 q (真);

$$p \Rightarrow q;$$

p 是 q 的充分条件;

q 是 p 的必要条件.

这四句话表达的是同一逻辑关系.

2.充要条件

一般地, 如果 p 是 q 的充分条件 ($p \Rightarrow q$), p 是 q 的必要条件 ($p \Leftarrow q$), 则称 p 是 q 的充分必要条件, 简称充要条件.

记作 $p \Leftrightarrow q$.

3.子集与推出的关系

我们可以通过判断两个集合之间的关系来判断它们的特征性质之间的关系.

设 $A=\{x|p\}$, $B=\{x|q\}$.

若 $p \Rightarrow q$ 与 $A \subseteq B$ 等价.

若 $p \Leftrightarrow q$ 与 $A=B$ 等价.

(五)、评价与反馈

判断充分条件、必要条件和充要条件, 要综合运用其他数学知识, 基础差的学生掌握不太好。

(六)、布置作业

课后作业: P15 1-4