第四章 指数函数与对数函数

4.3.1 对数的概念

授课教师：李辉

泰山护理职业学院

情境导入

已知 2x=8 ，求 x

若 2x=8.1

你能求出 x 值吗？

这是已知底数和幂的值，求指数！

怎样求呢？

情境导入

某种细胞分裂时，由 1 个分裂成 2 个， 2 个分裂成 4 个，…… . 1 个这样的细胞分裂 x 次后，得到的细胞个数 y 与 x 的函数关系是什么？

细胞个数 y 与 x 的函数关系是 $y = 2x$

如果知道细胞个数 y，如何求细胞分裂次数 x 呢？ $x = ?$

这是已知底数和幂的值，求指数的问题。即指数式中，

已知 a 和 N. 求 b 的问题。（这里 $a>0$ 且 $a \neq 1$ ）

ab = N

课堂探究

1. 对数的定义

一般地，如果 ab=N(a>0,a≠1), 那么数 *b* 叫做以 *a* 为底 *N* 的对数，记作： b=logaN

a 叫做对数的底数 ;*N* 叫做真数 ,N>0 。

1. 对数的定义

$$a^b = N \Leftrightarrow \log_a N = b \quad (a>0, a\neq 1 且 N>0)$$

式子 \ 名称 \ 量	a	b	N
指数式：$a^b = N$	底数	指数	幂值
对数式：$b=\log_a N$	底数	对数	真数

1. 对数的定义

若 $a^b = N(a > 0, a \neq 1)$, 则把 b 叫做以 a 为底 N 对数；

记作： $\log_a N = b$

如： $2^3 = 8$ → $\log_2 8 = 3$

b

N

a

$0.1^2 = 0.01$ → $\log_{0.1} 0.01 = 2$

例 1　将下列指数式写成对数式：

（1） $5^4=625 \Rightarrow$ $\log_5 625=4$

（2） $2^{-6}=\dfrac{1}{64} \Rightarrow$ $\log_2 \dfrac{1}{64}=-6$

（3） $3^a=27 \Rightarrow$ $\log_3 27=a$

（4） $\left(\dfrac{1}{3}\right)^m=5.13 \Rightarrow$ $\log_{\frac{1}{3}} 5.13=m$

$$a^b=N \Leftrightarrow \log_a N=b$$

a：底数　b：指数　N：幂

a：底数　N：真数　b：对数

2. 常用对数与自然对数

常用对数：以 10 为底的对数 $\log_{10} N$ **叫做常用对数；**

$$\log_{10} N = \lg N$$ 如：$\log_{10} 5 = \lg 5$

自然对数：以无理数 $e \approx 2.71828\cdots$ **为底的对数** $\log_e N$ **叫做自然对数；**

$$\log_e N = \ln N$$ 如：$\log_e 7 = \ln 7$

问题：下列写法是否错误？

$\log N$　　$\lg_{10} N$　　$\ln_3 N$　　$\log_5 7$

例 2　将下列对数式改写成指数式：

$$(1)\log_5 25=2;(2)\lg 0.01=-2;(3)\ln\sqrt{e}=\frac{1}{2};$$

解：$(1)\log_5 25=2$ 的指数式是 $5^2=25;$

$(2)\lg 0.01=-2$ 的指数式是 $10^{-2}=0.01;$

$(3)\ln\sqrt{e}=\frac{1}{2}$ 的指数式是 $e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e};$

3. 对数的性质 $a^b = N \Leftrightarrow \log_a N = b$

1、真数 N>0；（零和负数没有对数）

$\Theta\ a^b > 0$ (a>0,a≠1) $\therefore a^b = N > 0$

2、$\log_a a = 1;$ （底的对数等于 1 ）

$\Theta\ a^1 = a$ $\therefore \log_a a = 1$

3、$\log_a 1 = 0;$ （ 1 的对数等于 0 ）

$\Theta\ a^0 = 1$ $\therefore \log_a 1 = 0$

4. 对数恒等式

（指数式）$a^b = N$　　　　（1）

（对数式）$b = \log_a N$　　　　（2）

把（2）代入（1）

$$a^{\log_a N} = N$$

对数恒等式

如：$2^{\log_2 3} = 3$　　$\sqrt{3}^{\log_{\sqrt{3}} 5} = 5$

$10^{\lg 7} = 7$　　$e^{\ln 7} = 7$

练 习

对数式与指数式的互化

$4^2 = 16 \xrightarrow{\text{化为对数式}} \log_4 16 = 2$

$10^2 = 100 \xleftarrow{\text{化为指数式}} \log_{10} 100 = 2$

$4^{\frac{1}{2}} = 2 \xrightarrow{\text{化为对数式}} \log_4 2 = \frac{1}{2}$

$10^{-2} = 0.01 \xleftarrow{\text{化为指数式}} \log_{10} 0.01 = -2$

课堂小结

1. 对数定义：一般地，如果 $a(a>0, a\neq 1)$ 的 b 次幂等于 N，就是 $a^b = N$，那么数 b 叫做以 a 为底 N 的对数，记作 $\log_a N = b$

a 叫做对数的底数，N 叫做真数。

$$a^b = N \Leftrightarrow \log_a N = b$$

底数 指数 幂　　底数 真数 对数

课堂小结

2、指数式与对数式的转化：

$$a^b=N \Leftrightarrow \log_a N=b$$

3、对数的性质

（1）零和负数没有对数；

（2）底的对数等于1；

（3）1的对数等于0

4、对数恒等式

$$a^{\log_a N}=N$$

课堂小结

5. 常用对数与自然对数

（1）以 10 为底的对数叫做常用对数．

为了方便，N 的常用对数 $\log_{10}N$ 简记为：$\lg N$.

（2）以 e 为底的对数叫做自然对数．

为了方便，N 的自然对数 $\log_e N$ $(e \approx 2.718)$ 简记为：$\ln N$.

谢谢观**看**！