

第四章 指数函数与对数函数

4.3.1 对数的概念

授课教师：李辉

泰山护理职业学院



已知 $2^x=8$, 求 x

若 $2^x=8.1$

你能求出 x 值吗？

这是已知底数和幂的值，求指数！

怎样求呢？



某种细胞分裂时，由 1 个分裂成 2 个， 2 个分裂成 4 个，……
1 个这样的细胞分裂 x 次后，得到的细胞个数 y 与 x 的函数关系是什么？

细胞个数 y 与 x 的函数关系是 $y = 2^x$

如果知道细胞个数 y ，如何求细胞分裂次数 x 呢？

$$x = ?$$

这是已知底数和幂的值，求指数的问题。即指数式中，

已知 a 和 N ，求 b 的问题。（这里 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ）

$$a^b = N$$



1. 对数的定义

一般地，如果 $a^b=N(a>0,a\neq 1)$ ，那么数 b 叫做以 a 为底 N 的对数，记作： $b=\log_a N$

a 叫做对数的底数； N 叫做真数， $N>0$ 。

1. 对数的定义

$$a^b = N \Leftrightarrow \log_a N = b \quad (a > 0, a \neq 1 \text{ 且 } N > 0)$$

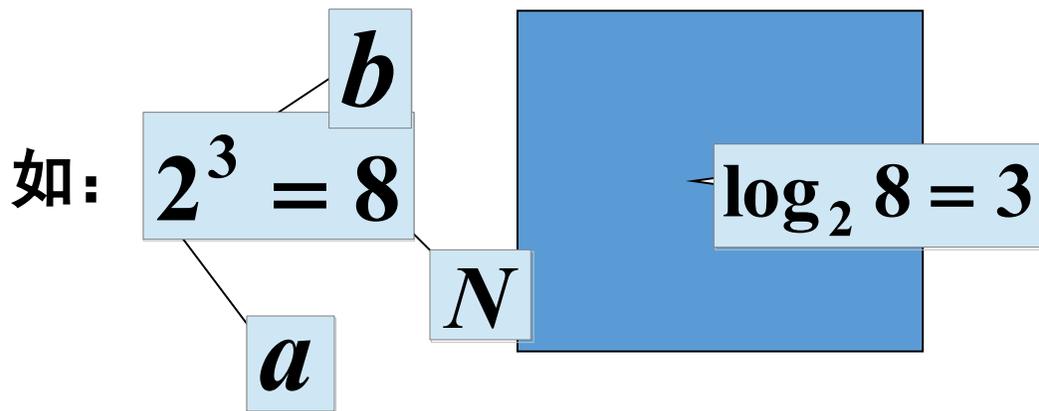
名称量 式子	a	b	N
指数式: $a^b = N$	底数	指数	幂值
对数式: $b = \log_a N$	底数	对数	真数

1. 对数的定义

若 $a^b = N (a > 0, a \neq 1)$, 则把 b 叫做以 a 为底 N 对数;

记作: $\log_a N = b$

如: $2^3 = 8$



$\log_2 8 = 3$

a b N

$$0.1^2 = 0.01$$

$$\log_{0.1} 0.01 = 2$$

例 1 将下列指数式写成对数式：

$$(1) \quad 5^4 = 625 \Rightarrow \log_5 625 = 4$$

$$(2) \quad 2^{-6} = \frac{1}{64} \Rightarrow \log_2 \frac{1}{64} = -6$$

$$(3) \quad 3^a = 27 \Rightarrow \log_3 27 = a$$

$$(4) \quad \left(\frac{1}{3}\right)^m = 5.13 \Rightarrow \log_{\frac{1}{3}} 5.13 = m$$

$$\begin{array}{ccccccc} a & b & = & N & \Leftrightarrow & \log_a N & = & b \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{底数} & \text{指数} & & \text{幂} & & \text{底数} & \text{真数} & \text{对数} \end{array}$$

2. 常用对数与自然对数

常用对数：以 10 为底的对数 $\log_{10} N$ 叫做常用对数；

$$\log_{10} N = \lg N \quad \text{如：} \log_{10} 5 = \lg 5$$

自然对数：以无理数 $e \approx 2.71828\dots$ 为底的对数

$\log_e N$ 叫做自然对数；

$$\log_e N = \ln N \quad \text{如：} \log_e 7 = \ln 7$$

问题：下列写法是否错误？

$$\log N$$

$$\lg_{10} N$$

$$\ln_3 N$$

$$\log_5 7$$

例 2 将下列对数式改写成指数式:

$$(1) \log_5 25 = 2; (2) \lg 0.01 = -2; (3) \ln \sqrt{e} = \frac{1}{2};$$

解: (1) $\log_5 25 = 2$ 的指数式是 $5^2 = 25;$

(2) $\lg 0.01 = -2$ 的指数式是 $10^{-2} = 0.01;$

(3) $\ln \sqrt{e} = \frac{1}{2}$ 的指数式是 $e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e};$

3. 对数的性质 $a^b = N \Leftrightarrow \log_a N = b$

1、真数 $N > 0$ ；（零和负数没有对数）

$$\ominus a^b > 0 \quad (a > 0, a \neq 1) \quad \therefore a^b = N > 0$$

2、 $\log_a a = 1$ ；（底的对数等于1）

$$\ominus a^1 = a \quad \therefore \log_a a = 1$$

3、 $\log_a 1 = 0$ ；（1的对数等于0）

$$\ominus a^0 = 1 \quad \therefore \log_a 1 = 0$$

4. 对数恒等式

(指数式) $a^b = N$ (1)

(对数式) $b = \log_a N$ (2)

把 (2) 代入 (1)

$$a^{\log_a N} = N$$

对数恒等式

如: $2^{\log_2 3} = 3$ $\sqrt{3}^{\log_{\sqrt{3}} 5} = 5$

$10^{\lg 7} = 7$ $e^{\ln 7} = 7$

练习

对数式与指数式的互化

$$4^2 = 16 \xrightarrow{\text{化为对数式}} \log_4 16 = 2$$

$$10^2 = 100 \xleftarrow{\text{化为指数式}} \log_{10} 100 = 2$$

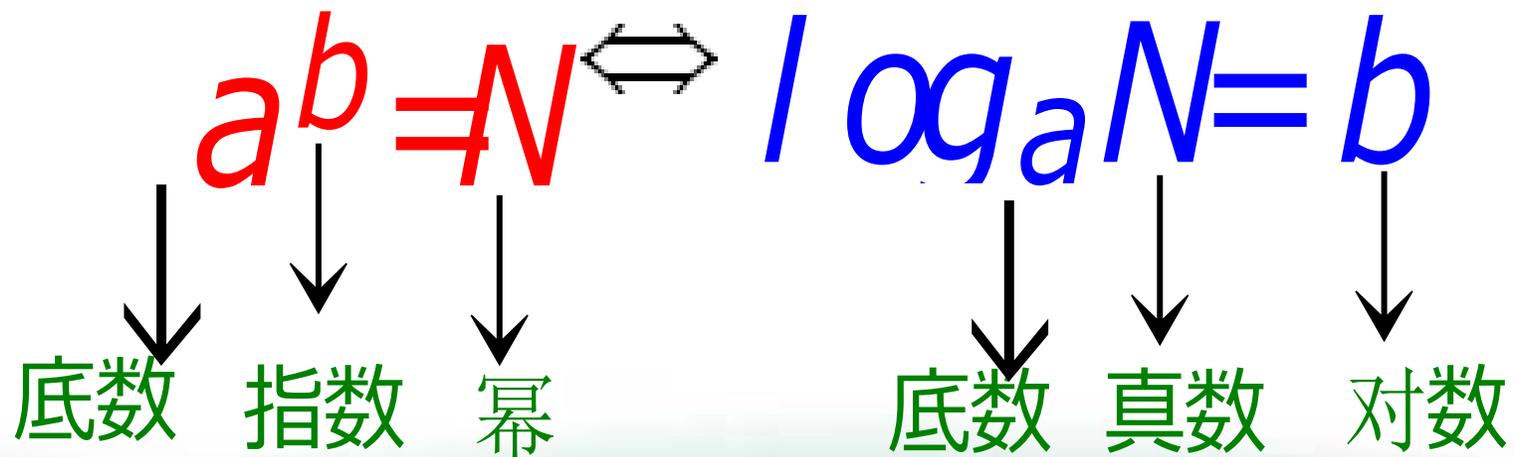
$$4^{\frac{1}{2}} = 2 \xrightarrow{\text{化为对数式}} \log_4 2 = \frac{1}{2}$$

$$10^{-2} = 0.01 \xleftarrow{\text{化为指数式}} \log_{10} 0.01 = -2$$

课堂小结

1. 对数定义：一般地，如果 $a(a > 0, a \neq 1)$ 的 b 次幂等于 N ，就是 $a^b = N$ ，那么数 b 叫做以 a 为底 N 的对数，记作 $\log_a N = b$

a 叫做对数的底数， N 叫做真数。





2、指数式与对数式的转化

$$: a^b = N \Leftrightarrow \log_a N = b$$

3、对数的性

(1) 零和负数没有对数

;

(2) 底的对数等于 1 ;

(3) 1 的对数等于 0

(4) 对数恒等式

$$a^{\log_a N} = N$$

式



5. 常用对数与自然对数

(1) 以 10 为底的对数叫做常用对数 .

为了方便, N 的常用对数 $\log_{10}N$ 简记为: $\lg N$.

(2) 以 e 为底的对数叫做自然对数 .

为了方便, N 的自然对数 $\log_e N$ 简记为: $\ln N$.

$(e \approx 2.718)$



谢谢观看！

