

## 第二章 方程与不等式

### 2.2.3 含有绝对值的不等式

授课教师：李辉

泰山护理职业学院



任意实数的绝对值是如何定义的？其几何意义是什么？

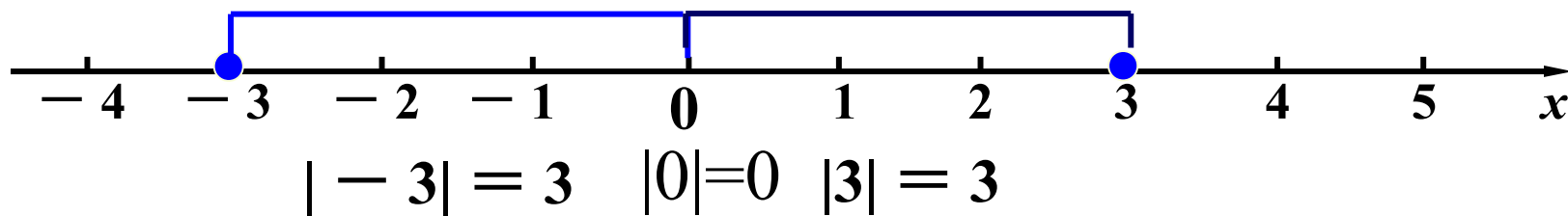
对任意实数  $x$ ，有

$$|x| = \begin{cases} x, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

正数绝对值等于它本身；负数的绝对值等于它的相反数；  
0 的绝对值等于 0.

## 1. 绝对值的几何意义

数  $a$  的绝对值  $|a|$ ，在数轴上等于对应实数  $a$  的点到原点的距离。

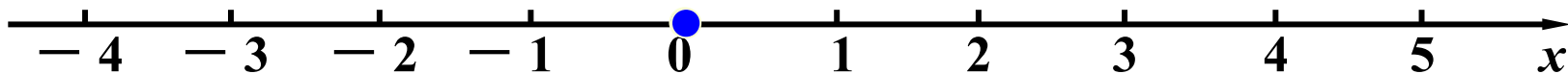


反之，若  $|x| = 3$ ，则  $x$  等于多少？



## 1. 绝对值的几何意义

问题（1）解方程  $|x|=3$ ，并说明  $|x|=3$  的几何意义是什么？

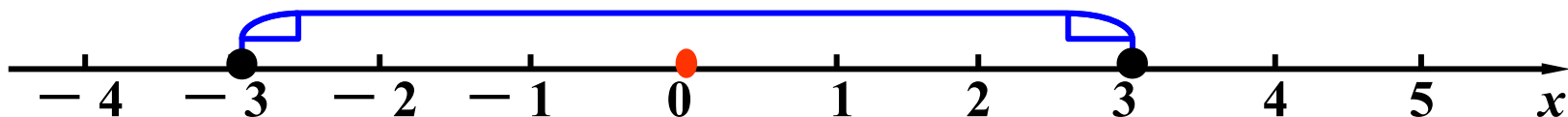


$|x|=3$  的几何意义是：在数轴上对应的点到原点的距离等于 3，这样的点有二个：对应实数 3 和 -3 的点.

所以，若  $|x|=3$ ，则  $x=\pm 3$

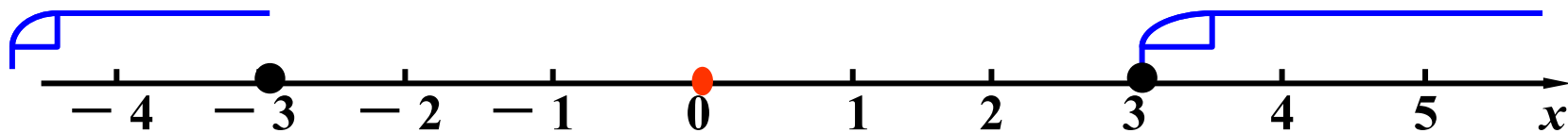
## 课堂探究

问题（2）试叙述  $|x| \leq 3$ ， $|x| \geq 3$  的几何意义，你能写出其解集吗？



不等式  $|x| \leq 3$  的解集就是表示数轴上到原点的距离小于或等于 3 的点的集合.

$$\text{即 } \{x | -3 \leq x \leq 3\} = [-3, 3].$$



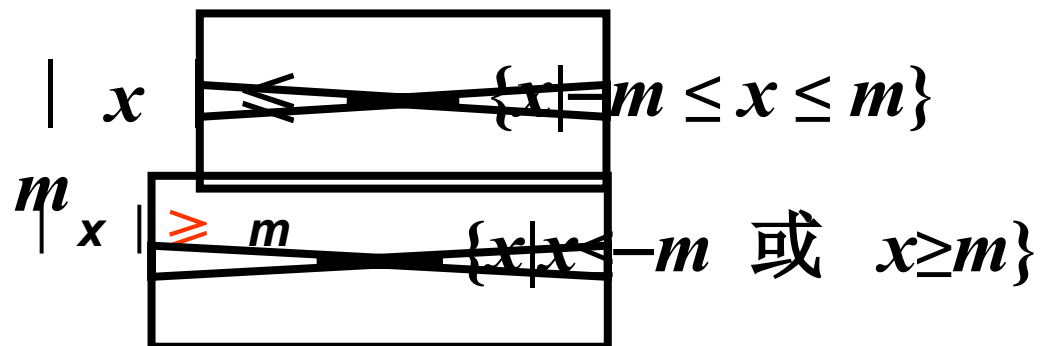
不等式  $|x| \geq 3$  的解集就是表示数轴上到原点的距离大于或等于 3 的点的集合

$$\text{即 } \{x | x \leq -3 \text{ 或 } x \geq 3\} = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty).$$

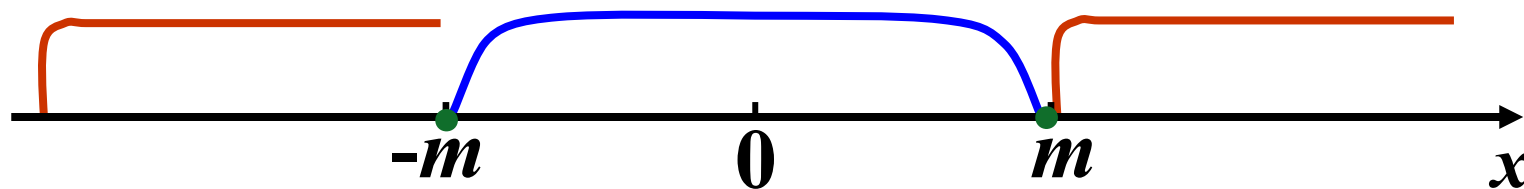
# 新授

想一想

如果  $m > 0$  , 那么



$m = 0$  或  $m < 0$  时  
上述结果还成立  
吗? 为什么?



口答

解下列不等式 :

(1)  $|x| < 5$  ;

(2)  $|x| > 3$  ;



例 1 解不等式 (1)  $|2x-3|\leq 1$  . 不等式  $|x|\leq m$  的解集是  $\{x|-m\leq x\leq m\}$

解: 原不等式等价于

$$-1\leq 2x-3\leq 1,$$

$$2\leq 2x\leq 4,$$

化简, 得

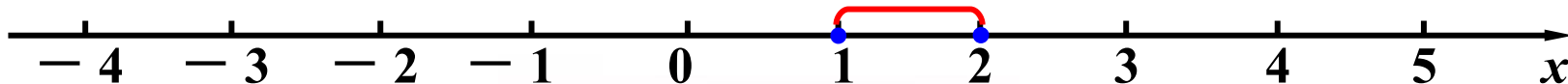
$$1\leq x\leq 2,$$

所以原不等式的解集为  $[1, 2]$

想一想

不等式  $|2x-3|\leq 5$  的解集是怎样的?

$$-5\leq 2x-3\leq 5$$



例 1 解不等式 (2)  $|2x-3| > 1$  . 不等式  $|x| > m$  的解集是  $\{x|x < -m \text{ 或 } x > m\}$

解：原不等式等价于

$$2x-3 < -1 \text{ 或 } 2x-3 > 1 ,$$

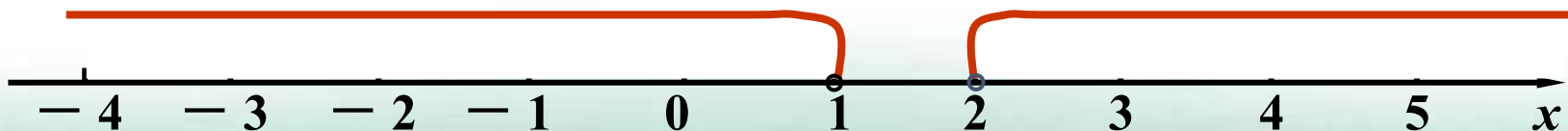
$$x < 1 \text{ 或 } x > 2 ,$$

所以原不等式的解集是  $\{x|x < 1 \text{ 或 } x > 2\}$  .

想一想

解集用区间表示  $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

怎样用区间来表示这个不等式的解集？







## 练习

解下列不等式：

$$(1) |x + 5| \leq 7 ; \quad (2) |x - 3| > 2 .$$

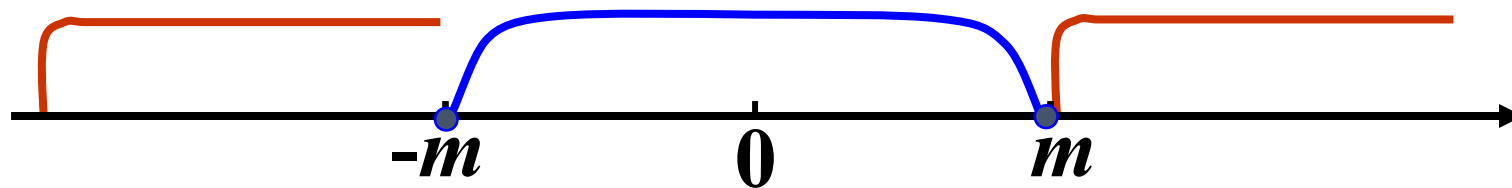
$$(1) [-12, 2] \quad (2) (-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$$

## 课堂小结

设  $m > 0$ ，则有

不等式  $|x| \leq m$  的解集是  $\{x | -m \leq x \leq m\}$  .

不等式  $|x| \geq m$  的解集是  $\{x | x \leq -m \text{ 或 } x \geq m\}$  .



解含绝对值的不等式关键是去掉绝对值符号



谢谢观看！

