2. 2　不等式

2.2.1　不等式的基本性质

授课教师：李辉

泰山护理职业学院

情境导入

1．实数的大小

问题　现有 5kg 白糖水，其中含白糖 1kg．再添加白糖 m(m>0) kg 并全部溶解．添加白糖之前，糖水的浓度是 $\frac{1}{5}$ ，添加白糖之后，糖水的浓度是 $\frac{1+m}{5+m}$ ，

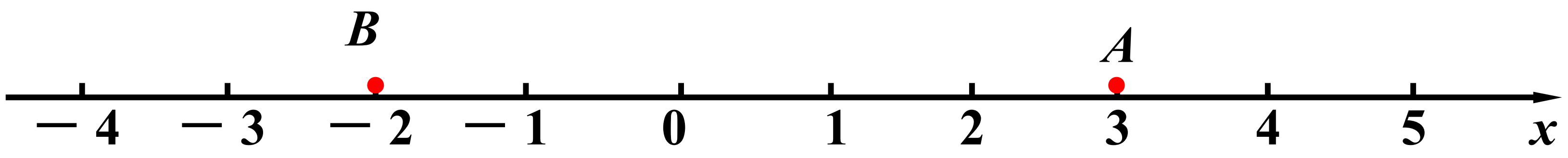
显然有 $\frac{1+m}{5+m}>\frac{1}{5}$

从数学的角度来看，当 m>0 时，这个等式一定成立吗？

对任意实数 a, b 如何比较大小？

课堂探究

实数与数轴上的点是一一对应的.

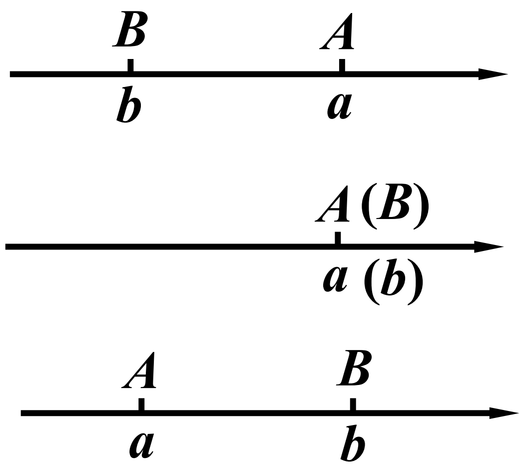


点 A 表示实数 3，点 B 表示实数－2，点 A 在点 B 右边，

那么 $3 > -2$.

数轴上的任意两点中，右边的点对应的实数比左边的点对应的实数大.

课堂探究



$a > b \Leftrightarrow a - b > 0$

$a = b \Leftrightarrow a - b = 0$

$a < b \Leftrightarrow a - b < 0$

含有不等号（＞、＜、≥、≤、≠）的式子，叫做不等式.

例 1　比较下列各组中两个实数的大小：

(1) $-\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{3}{4}$ (2)2x2+1 和 x2-1 ；

(3) a2+a-2 和 2a2-a-1 ；

(4) x2+5 和 4x .

$$a > b \Leftrightarrow -b > 0$$

$$a = b \Leftrightarrow -b = 0$$

$$a < b \Leftrightarrow -b < 0$$

解： (1) 因为 $-\frac{2}{3}-(-\frac{3}{4})=\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{9}{12}-\frac{8}{12}=\frac{1}{12}>0$

所以 $-\frac{2}{3}>-\frac{3}{4}$

例 1　比较下列各组中两个实数的大小：

$a > b \Leftrightarrow -b > 0$

$a = b \Leftrightarrow -b = 0$

$a < b \Leftrightarrow -b < 0$

(1) $-\frac{2}{3}$　$-\frac{3}{4}$ **(2)2x2+1 和 x2-1；**

(3) a2+a-2 和 2a2-a-1 ；

(4) x2+5 和 4x .

（2）因为 (2x2+1)-(x2-1)=2x2+1-x2+1=x2+2>0

所以　2x2+1>x2-1

作差比较法

用作差比较法比较大小

(3) a2+a-2　和　2a2-a-1

解：(3) 因为　(a2+a-2)-(2a2-a-1)=a2+a-2-2a2+a+1

=-a2+2a-1=-(a2-2a+1)=-(a-1)2≤0

所以　a2+a-2 ≤2a2-a-1

用作差比较法比较大小

（4） $x2+5$ 和 $4x$.

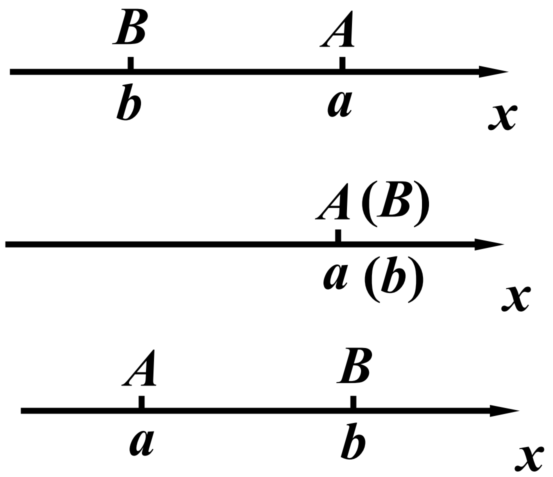
解：（4）因为 $x2+5-4x=x2-4x+22-22+5=(x-2)2+1>0$

所以 $x2+5>4x$

作差比较法是一种常见的比较两个实数（或代数式）大小的方法，一般步骤是：把要比较的两个实数（或代数式）作差，然后进行化简，判断最终化简结果的符号，从而判断出两个实数（或代数式）的大小。

课堂小结

作差比较法



$a > b \Longleftrightarrow - b > 0$

$a = b \Longleftrightarrow - b = 0$

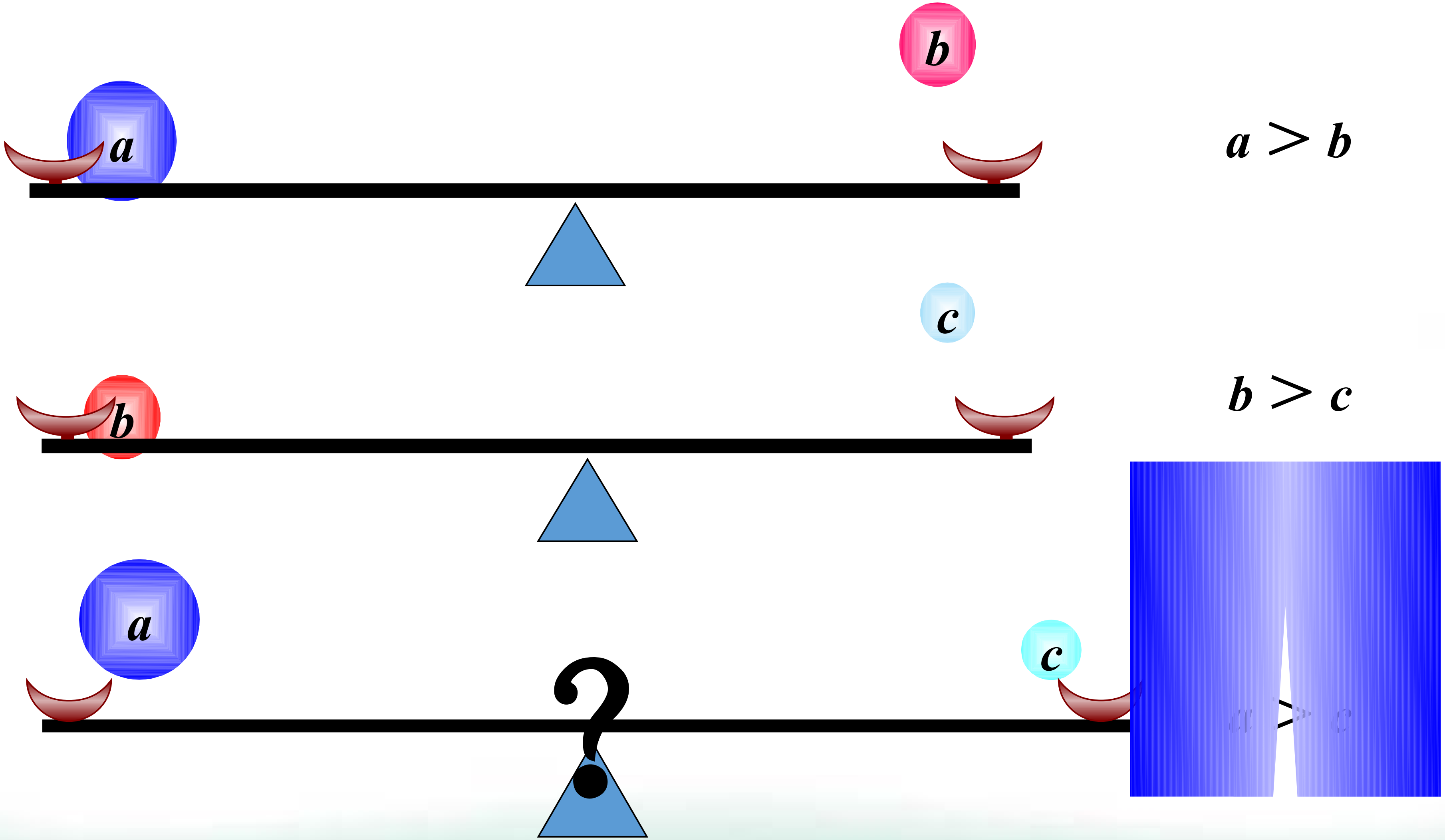
$a < b \Longleftrightarrow - b < 0$

由此我们可以得出比较两个实数大小的方法，即是作差比较法.

作差比较法的步骤：作差→化简→定号(与 0 比较大小)→结论

2. 不等式的基本性质

性质 1　如果 $a > b$， $b > c$，那么 $a > c$．（传递性）

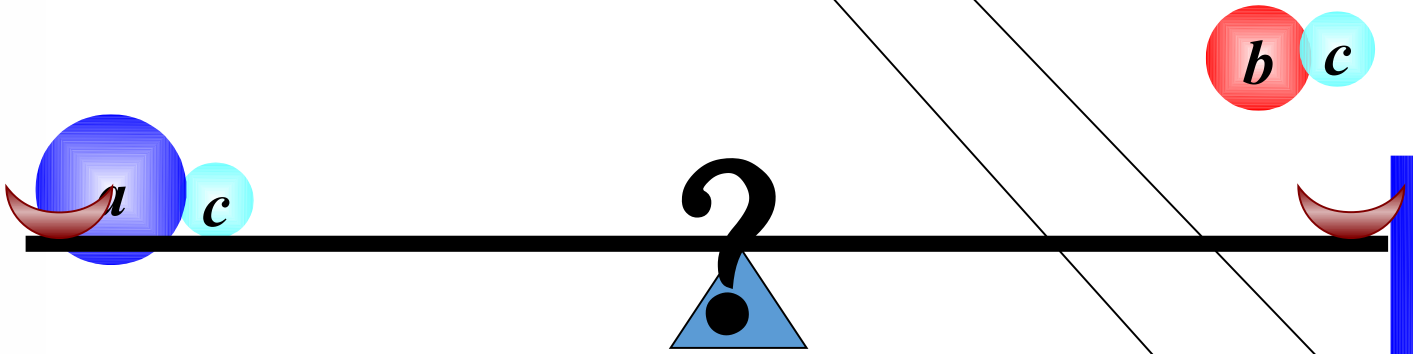


$a > b$

$b > c$

2. 不等式的基本性质

性质 2(加法法则) 如果 $a > b$，那么 $a + c > b + c$.



$a > b$

$a + c > b + c$

推论 如果 $a + c > b$，那么 $a > b - c$.

思考

如果 $a > b$，那么 $a - c > b - c$.

不等式的两边同时加上（或同时减去）同一个数，不等号的方向不变.

性质 3(乘法法则) 如果 $a>b$，$c>0$，那么 $ac>bc$.

如果 $a>b$，$c<0$，那么 ac

如果不等式的两边都乘同一个正数，不等号的方向不变.

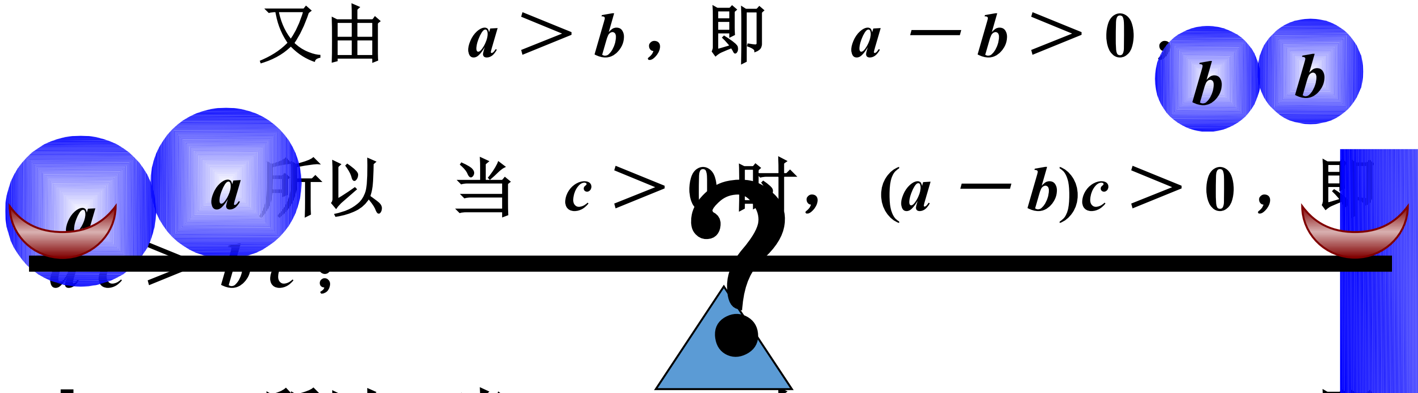
如果不等式的两边都乘同一个负数，不等号的方向改变.

证明：因为 $ac-bc=(a-b)c$，

又由 $a>b$，即 $a-b>0$，

所以 当 $c>0$ 时，$(a-b)c>0$，即 $ac>bc$；

所以 当 $c<0$ 时，$(a-b)c<0$，即 $ac<bc$.



$a>b$

$2a>2b$

思考

如果 $a>b$，那么 $-a$ < ____ $-b$.

推论　　对于 $a>0$， $b>0$， 有 $a>b \Leftrightarrow a2>b2$

证明：因为 $a>0, b>0$，所以 $a+b>0$

则有 $a>b \Leftrightarrow a-b>0 \Leftrightarrow (a-b)(a+b)>0$

$\Leftrightarrow a2-b2>0 \Leftrightarrow a2>b2$

例 2　将下列不等式化成“ $x>a$”或“ $x<a$”的形式

(1) $2x-5<-1$；（ 2 ） $-6x+9<3$

解：(1) 不等式两边都加上 5，得 $2x<4$.

不等式两边都除以 2，得 $x<2$

(2) 不等式两边都减去 9，得 $-6x<-6$.

不等式两边都除以 -6，得 $x>1$

练习

判断下列不等式是否成立，并说明理由：

1. 若 $a < b$，则 $ac < bc$． ×

（　　）

×

2. 若 $ac > bc$，则 $a > b$． ×

3. 若 $a > b$，则 $ac2 \geqslant bc2$．

（　　）　（　　）

√

4. 若 $ac2 > bc2$，则 $a > b$． √

（　　）

5. 若 $a > b$，则 $a(c2 + 1) > b(c2 +$

课堂小结

2. 不等式性质

不等式的基本性质

性质1 如果$a>b$，且$b>c$，那么$a>c$.

性质2 如果$a>b$，那么$a+c>b+c$.

性质3 如果$a>b$，$c>0$，那么$ac>bc$;

如果$a>b$，$c<0$，那么$ac<bc$.

推论 对于 a>0， b>0， 有 a>b ⇔ a2>b2

谢谢观**看**！