

第四章 指数函数与对数函数

复 习

授课教师：李辉

泰山护理职业学院



考纲要求

- (1) 掌握实数指数幂的运算法则，能利用计算器求实数指数幂的值。
- (2) 理解对数的概念，理解对数的性质和运算法则，能利用计算器求对数值。
- (3) 理解指数函数、对数函数的概念，掌握其图像和性质。
- (4) 能运用指数函数、对数函数的知识解决有关问题。

4.1 实数指数

有理数指数幂 $a > 0, b > 0, \alpha, \beta$ 为有理数

运算法则：

$$(1) \quad a^{\alpha} \cdot a^{\beta} = a^{\alpha + \beta}$$

$$(2) \quad (a^{\alpha})^{\beta} = a^{\alpha\beta}$$

$$(3) \quad (ab)^{\alpha} = a^{\alpha} b^{\alpha}$$

4.1 实数指数

分数指数幂运算法则

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$(a > 0, n, m \in N_+, \frac{m}{n} \text{ 为既约分数})$

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

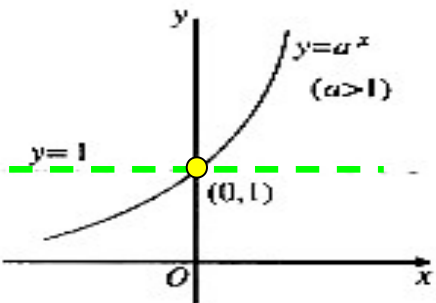
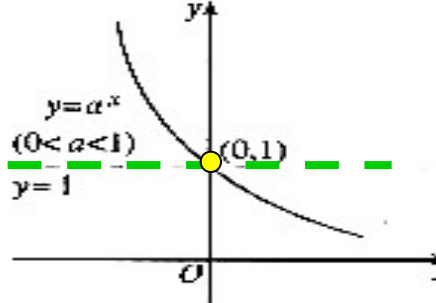
$(a > 0, n, m \in N_+, \frac{m}{n} \text{ 为既约分数})$

4.2 指数函数

1. 指数函数的定义： 函数 $y = a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

叫做指数函数，其中 x 是自变量，函数定义域是 $\mathbb{R}$ ， $y > 0$ 。

2. 指数函数的的图象和性质：

	$a > 1$	$0 < a < 1$
图 象		
性 质	1. 定义域： $\mathbb{R}$	
	2. 值域： $(0, +\infty)$	
	3. 过点 $(0, 1)$ ，即 $x=0$ 时， $y=1$	
	4. 在 $\mathbb{R}$ 上是增函数	在 $\mathbb{R}$ 上是减函数

4.3.1 对数的概念

1. 对数的定义:

一般地, 如果 a ($a > 0, a \neq 1$) 的 b 次幂等于 N ,

$$\text{就是 } a^b = N$$

那么数 b 叫做以 a 为底 N 的对数,

$$\text{记作: } b = \log_a N$$

其中 a 叫做对数的底数, N 叫做真数.

4.3.1 对数的概念

2. 对数的性质:

1. 负数和零没有对数;

$$2. \log_a 1 = 0 (a > 0, a \neq 1);$$

$$3. \log_a a = 1 (a > 0, a \neq 1);$$

$$4. a^{\log_a N} = N (a > 0, a \neq 1).$$

4.3.1 对数的概念

3. 一般对数的两个特例:

(1) 常用对数:

以 10 为底的对数 . 并 $\log_{10}N$ $\lg N$ 简记作 .

(2) 自然对数:

以无理数 $e = 2.71828\dots$ 为底的对数 .

并把 $\log_e N$ $\ln N$ 记作 .

4.3.2 对数的运算

1. 对数的运算法则

$$(1) \log_a MN = \log_a M + \log_a N .$$

正因数积的对数等于各因数对数的和.

$$(2) \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

两个正数商的对数等于被除数的对数减去除数的对数.

$$(3) \log_a M^b = b \log_a M .$$

正数幂的对数等于幂的指数乘以幂的底数的对数.

4.3.2 对数的运算

2. 对数换底公式：

$$\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}$$

其他重要公式：

$$\log_{a^n} N^n = \log_a N$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

4.4 对数函数

1、对数函数的定义

一般地，函数

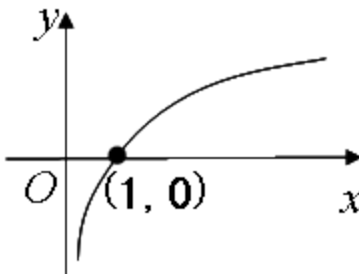
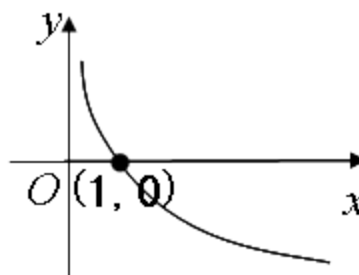
$$y = \log_a x \quad (a > 0, a \neq 1)$$

叫做对数函数。

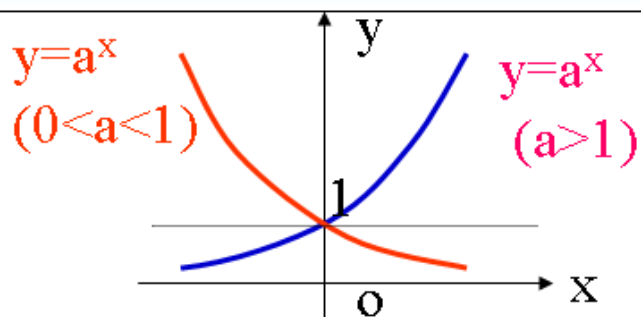
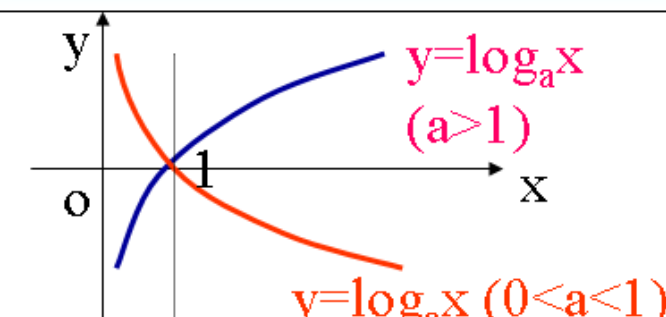
其中 x 是自变量，定义域是 $(0, +\infty)$ 。

4.4 对数函数

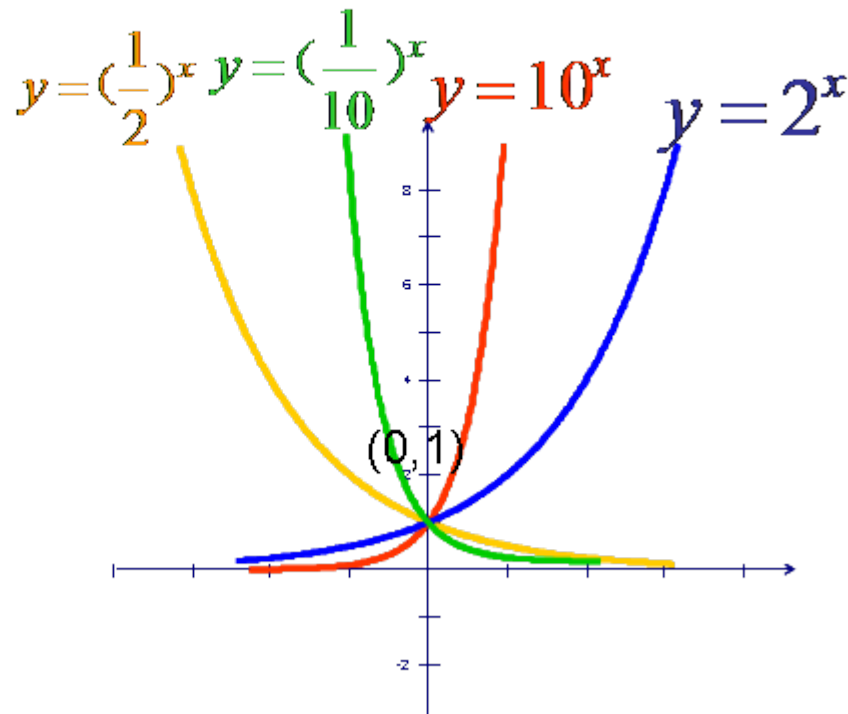
2.对数函数的图象与性质

	$a > 1$	$0 < a < 1$
图象		
定义域	$(0, +\infty)$	
值域	$\mathbf{R}$	
定点	$(1, 0)$	
单调性	增函数	减函数

指数函数、对数函数的图象和性质

	指数函数 $y=a^x$ ($a>0, a\neq 1$)	
图 象		
性 质	(1)定义域: $\mathbf{R}$	(1)定义域: $(0, +\infty)$
	(2)值域: $(0, +\infty)$	(2)值域: $\mathbf{R}$
	(3)过点 $(0,1)$, 即 $x=0$ 时, $y=1$	(3)过点 $(1,0)$, 即 $x=1$ 时, $y=0$
	(4) $a>1$ 时, $x<0, 0<y<1$; $x>0, y>1$ $0<a<1$ 时, $x<0, y>1$; $x>0, 0<y<1$	(4) $a>1$ 时, $0<x<1, y<0$; $x>1, y>0$ $0<a<1$ 时, $0<x<1, y>0$; $x>1, y<0$
	(5) $a>1$ 时, 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数; $0<a<1$ 时, 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数	(5) $a>1$ 时, 在 $(0, +\infty)$ 是增函数; $0<a<1$ 时, 在 $(0, +\infty)$ 是减函数

指数函数底与图象关系



指数函数底数互为倒数时，图象关于 y 轴对称。

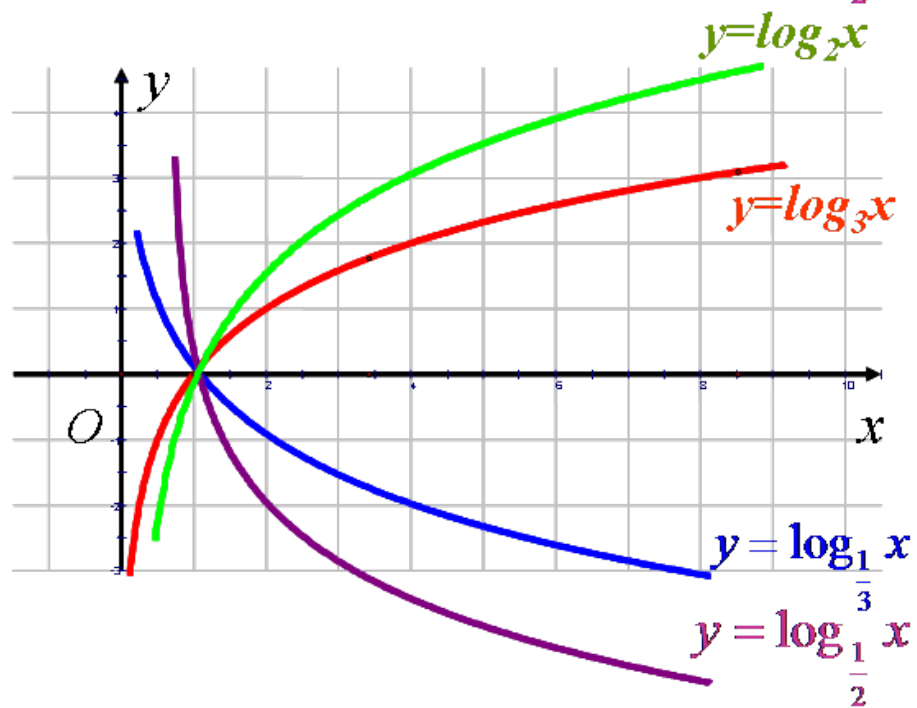
对数函数图象比较

$$y = \log_2 x$$

$$y = \log_3 x$$

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

$$y = \log_{\frac{1}{3}} x$$



对数函数底数互为倒数时，图象关于 x 轴对称。

往年高考题

1. 若点 $P(\log_3 m, 3n)$ 关于原点的对称点 $P'(1, -9)$, 则 m 与 n 的值分别为 ()

- A. $\frac{1}{3}$, 2 B. 3, 2 C. $-\frac{1}{3}$, -2 D. -3, -2

解: 因为点 p 和点 P' 关于原点对称

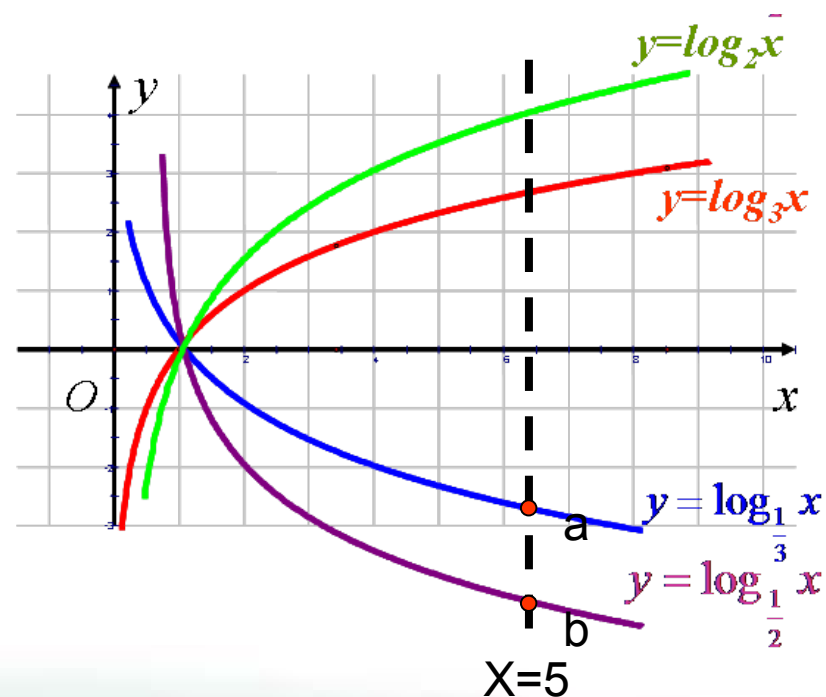
$$\text{所以 } \log_3 m = -1, \quad m = \frac{1}{3}$$

$$3n = 9, \quad n = 3$$

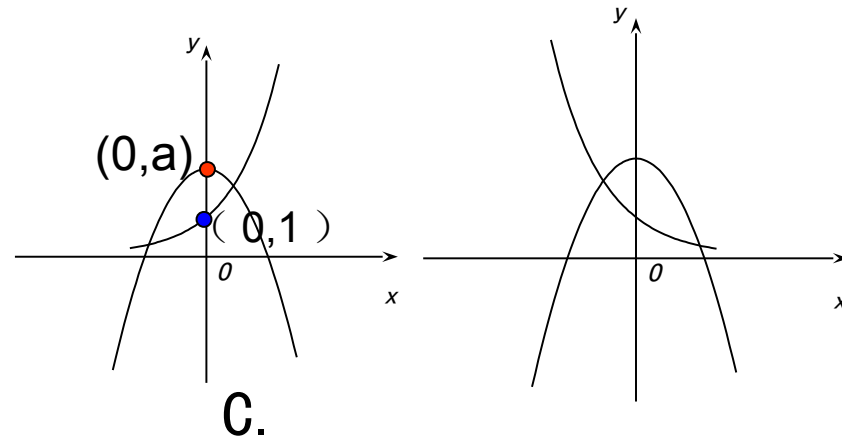
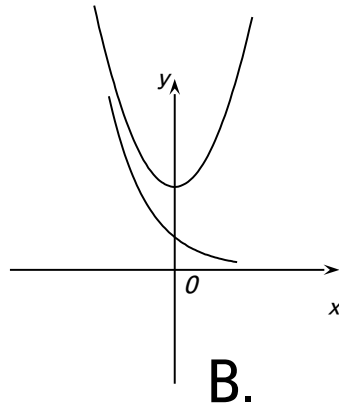
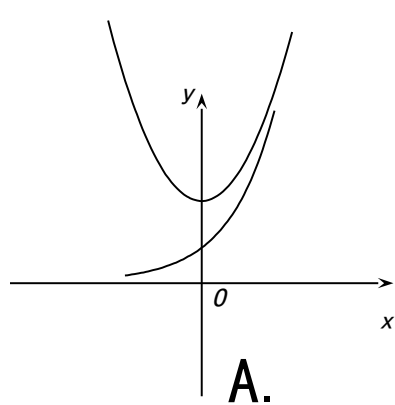
2. 设 $0 < a < b < 1$, 那么 $\log_a 5$ 与 $\log_b 5$ 的大小关系是 ()

A. $\log_a 5 < \log_b 5$ B. $\log_a 5 = \log_b 5$

C. $\log_a 5 > \log_b 5$ D. 无法确定



3. 在同一坐标系中，二次函数 $y=(1-a)x^2+a$ 与 $y=ax$ 的图形可能是 **C**
()



D.

解：①当 $a > 1$ 时， $y = ax$ 为增函数，与 y 轴交点为 $(0, 1)$

$1 - a < 0$ ，二次函数 $y = (1 - a)x^2 + a$ 开口向下，顶点为 $(0, a)$

顶点为 $(0, a)$ 在 $(0, 1)$ 点的上方，所以选 C

②当 $0 < a < 1$ 时， $y = ax$ 为减函数，与 y 轴交点为 $(0, 1)$

$1 - a > 0$ ，二次函数 $y = (1 - a)x^2 + a$ 开口向上，顶点为 $(0, a)$

顶点为 $(0, a)$ 在 $(0, 1)$ 点的下方，没有满足此条件的答案。

4. 已知 $\lg a + \lg b = 0$ (其中 $a \neq 1$, $b \neq 1$), 则函数 $f(x) = ax$ 与 $g(x) = bx$ 的图象 ()

A. 关于坐标原点对称

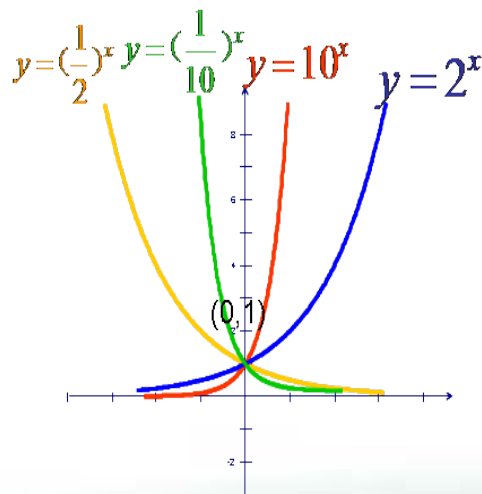
B. 关于 x 轴对称

C. 关于 y 轴对称

D. 关于直线 $y=x$ 对称

解: 因为 $\lg a + \lg b = \lg(ab) = 0$, 所以 $ab=1$, 即 a 和 b 互为倒数

指数函数底与图象关系



指数函数底数互为倒数时, 图象关于 y 轴对称.



谢谢观看！

