

15.1.2 量词

授课教师：李辉

泰山护理职业学院

导入新课

判断下列语句是否为命题

1. $x-1=0$

2. x^2+3 是整数

以上两个语句含变量，无法判断真假，都不是命题。但只要赋予变量某个值或者一定条件，这些含有变量的语句就可以变成命题。

例如：

P1: 对所有的整数 x , $x-1=0$

假命题

Q1: 对所有的整数 x , x^2+3 是整数

真命题

一、全称量词

P1: 对所有的整数 x , $x-1=0$

假命题

Q1: 对所有的整数 x , x^2+3 是整数

真命题

用符号表示:

P1: $\forall x \in \mathbb{Z}, x-1=0$

Q1: $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2+3 \text{ 是整数}$

这里的“所有”在陈述中表示所述事物的全体, 逻辑中通常叫做全称量词. 用符号 “ $\forall$ ” 表示。

常见的全称量词还有“一切”、“每一个”、“任何”、“都”等.

含有全称量词的命题, 叫做全称命题。

全称命题符号记法

一般地，设 $P(x)$ 是 x 具有的某种性质

“对集合 M 中的所有 x ，有 $p(x)$ 成立”可用符号简记为：

$$\forall x \in M, p(x)$$

读作“对所有 x 属于 M ，有 $p(x)$ 成立”。

例 1 判断下列全称命题的真假

(1) $\forall x \in \mathbb{N}, x^2 + 3 > 2$ 真命题

(2) $\forall x \in \mathbb{Q}, 7x + 10 \neq 0$ 假命题

(3) 任意矩形都是平行四边形 真命题

(4) $\forall a, b \in \mathbb{R}, (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 真命题

方法：

判断全称命题 " $\forall x \in M, p(x)$ " 是真命题的方法：

—— 需要对集合 M 中每个元素 x ，证明 $p(x)$ 成立

判断全称命题 " $\forall x \in M, p(x)$ " 是假命题的方法：

—— 只需在集合 M 中找到一个元素 x_0 ，使得 $p(x_0)$ 不成立即可

(举反例)

练习：

判断下列全称命题的真假：

(1) 每个指数函数都是单调函数；

真

(2) 任何实数都有算术平方根；

假

(3) 若是无理数，则是²无理数。

假

二、存在量词

判断下列语句是否为命题

1. $x-1=0$

2. x^2+3 是整数

加新的限制条件

p_2 : 有一个有理数 x , $x-1=0$

q_2 : 至少有一个有理数 x ,

真命题

常见的存在量词还有
“有些”、“某个”
“存在”、“有的”

存在量词定义：

短语“有一个”、“至少有一个”在逻辑中通常叫做存在量词，并用符号“ $\exists$ ”表示。

等。

含有存在量词的命题，叫做存在性命题。

存在命题符号记法：

设 $q(x)$ 是 x 具有的某种性质，变量 x 的取值范围用 M 表示，那么

特称命题 “存在 M 中的一个 x_0 ，使 $p(x_0)$ 成立” 可用符号简记为：

$$\exists x_0 \in M, p(x_0),$$

读作 “存在一个 x_0 属于 M ，使 $p(x_0)$ 成立”。

用符号表示：

p_2 : 有一个有理数 x ， $x-1=0$

p_2 : $\exists x \in \mathbb{Q}, x-1=0$

q_2 : 至少有一个有理数 x ， x^2+3 是整数

q_2 : $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2+3$ 是整数

例 2 判断下列存在性命题的真假：

(1) $\exists x \in Z$, $5x^2+1=21$; 真命题

(2) $\exists x \in R$, $2x^2+9 \leq 0$; 假命题

(3) 有的三角形三条边都相等; 真命题

(4) $\exists a,b \in R$, $(a+b)^2=a^2+b^2$; 真命题

方法：

判断存在性命题 " $\exists x_0 \in M, p(x_0)$ " 是真命题的方法：

—— 只需在集合 M 中找到一个元素 x_0 , 使得 $p(x_0)$ 成立即可
(举例证明)

判断存在性命题 " $\exists x_0 \in M, p(x_0)$ " 是假命题的方法：

—— 需要证明集合 M 中 , 使 $p(x)$ 成立的元素 x 不存在。

练习：

2 判断下列存在性命题的真假：

(1) $\exists x_0 \in R, x_0 < 0$;

(2) 至少有一个整数，它既不是质数，也不是合数；

(3) $\exists x_0 \in \{x \mid x \text{ 是无理数}\} \text{ 是有理数。}$

解：(1) 真命题；(2) 真命题；(3) 真命题

小结

1. 全称量词

短语“对所有的”“对任意一个”在逻辑中通常叫做全称量词。符号： $\forall$

2. 全称命题：

含有全称量词的命题。符号： $\forall x \in M, p(x)$

读作：对任意 x 属于 M ，有 $p(x)$ 成立。

3. 存在量词：

短语“存在一个”“至少有一个”等都是表示整体的一部分的词在逻辑通常叫做存在量词。符号： $\exists$

4. 存在性命题：

含有存在量词的命题。符号： $\exists x \in M, p(x)$

读作：存在 M 中一个 x ，使 $p(x)$ 成立。

作业

P99 练习 15-2 1 - 3



谢谢观看！