

复习★ 第十九章 线性规划初步

授课教师：李辉

泰山护理职业学院

复 习

1. 概念

名 称	意 义
线性约束条件	由 x, y 的一次不等式（或方程）组成的不等式组，是对 x, y 的约束条件
目标函数	关于 x, y 的解析式
线性目标函数	关于 x, y 的一次解析式
可行解	满足线性约束条件的解（ x, y ）叫做可行解
可行域	所有可行解组成的集合叫做可行域
最优解	使目标函数达到最大值或最小值的可行解
线性规划问题	求线性目标函数在线性约束条件下的最大值或最小值的问题

复 习

2. 二元一次不等式表示的区域

二元一次不等式 $Ax+By+C>0$ 和 $Ax+By+C<0$ 在平面直角坐标系中表示直线 $Ax+By+C=0$ 某一侧所有点组成的平面区域。

确定步骤：

直线定界，法向量或特殊点定域；

若 $C \neq 0$ ，则直线定界，原点定域；

应该注意的几个问题：

- 1、若不等式中含等号，则直线画成实线，无等号直线画成虚线。
- 2、画直线时应非常准确，否则将得不到正确结果。

复 习

3. 线性规划问题的求解步骤:

- (1) 审: 审题 (将题目中数据列表), 将实际问题转化为数学问题;
- (2) 设: 设出变量, 确定约束条件, 建立目标函数;
- (3) 画: 画出线性约束条件所表示的可行域, 作出目标函数线;
- (4) 移: 在线性目标函数所表示的一组平行线中, 利用平移的方法找出与可行域有公共点且纵截距最大或最小的直线;
- (5) 求: 通过解方程组求出最优解;
- (6) 答: 回答实际问题.

复 习



1. 已知二元一次不等式组

$$\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x+y-1 < 0 \\ y \geq -1 \end{cases}$$

(1) 画出不等式组所表示的平面区域；

(2) 设 $z=2x+y$ ，则式中变量 x, y 满足的二元一次不等式组叫做 x, y 线性约束条件_____；

$z=2x+y$ 叫做 线性目标函数

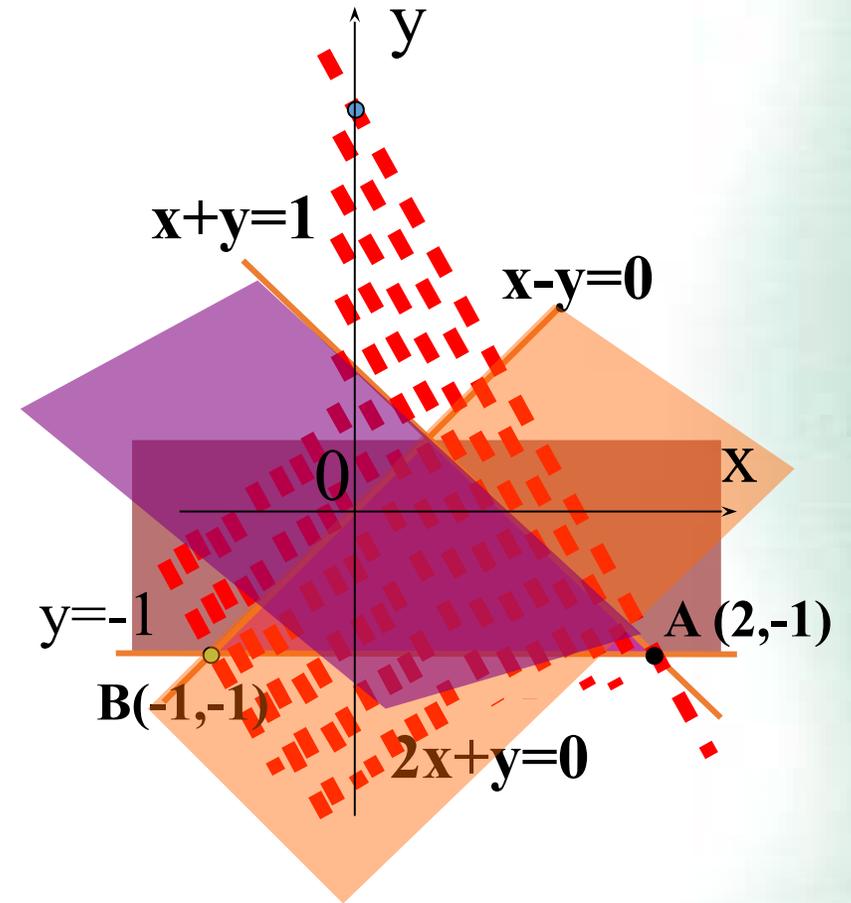
满足 线性约束条件 的解 (x, y) 都叫做可行解

使 $z=2x+y$ 取得最大值的可行解为 $(2, -1)$

且最大值为 3；

使 $z=2x+y$ 取得最小值的可行解 $(-1, -1)$ ，且最小值为 -3；

这两个取得最值的解都叫做问题的 最优解。

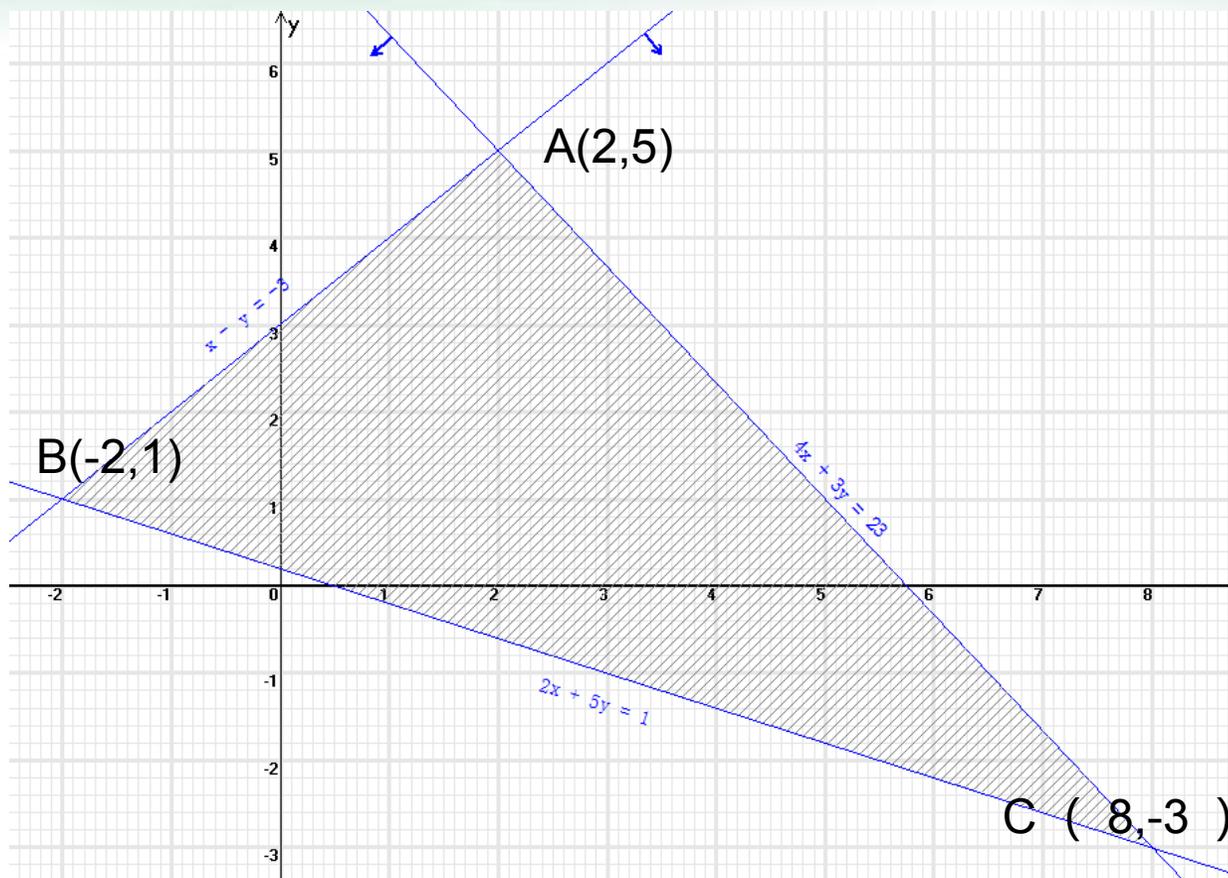


1. 直线 l_1 , l_2 , l_3 相交于 $A(2, 5)$, $B(-2, 1)$, $C(8, -3)$

(1) 用不等式组表示图中阴影部分;

(2) 设目标函数为 $z=3x-4y$, 图中的阴影部分是对 x, y 的约束条件, 求在此约束条件下, 目标函数的最大值和最小值。

(3) 设目标函数为 $z=3x+4y$, 图中的阴影部分是对 x, y 的约束条件, 求此约束条件下, 目标函数的最



(1) 用不等式组表示图中阴影部分;

由 A(2, 5)、B(-2, 1) 两点坐标求直线 AB 方程

可以用点向式也可以用点斜式求直线方程, 以点斜式为例

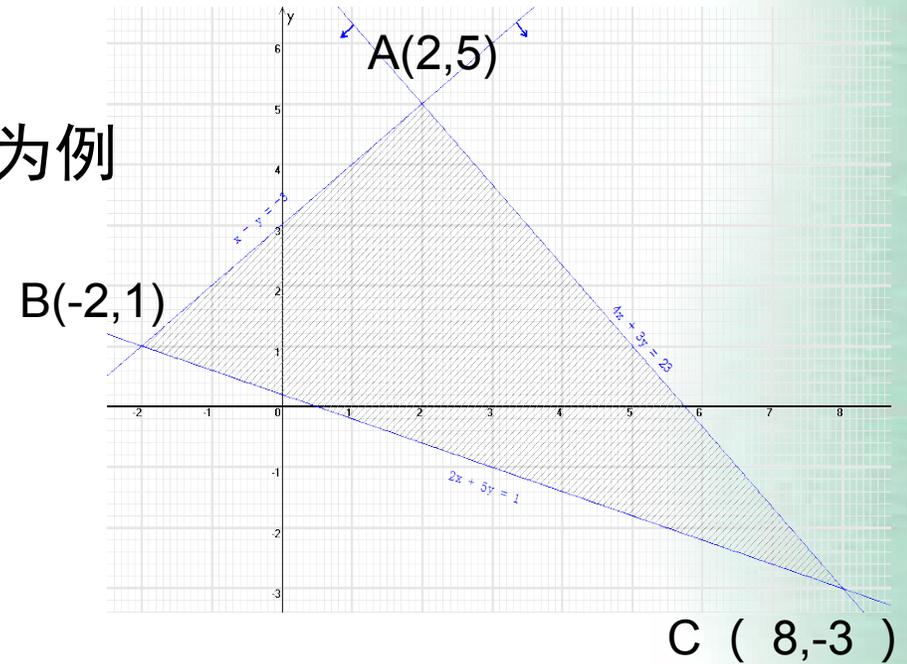
$$k_{AB} = \frac{1-5}{-2-2} = 1, \text{取点A}(2, 5)$$

代入点斜式 $y-5=1 \cdot (x-2)$

化为一般式得直线 AB 方程为 $x-y+3=0$

同理可求得直线 AC 方程为 $4x+3y-23=0$

同理可求得直线 BC 方程为 $2x+5y-1=0$



(1) 用不等式组表示图中阴影部分;

直线 AB 方程为 $x - y + 3 = 0$

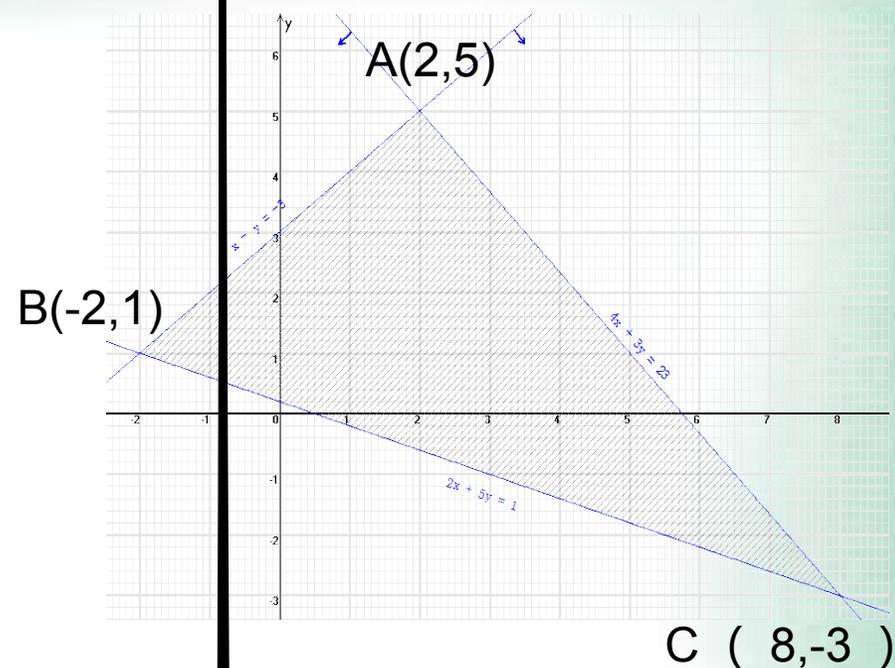
直线 AC 方程为 $4x + 3y - 23 = 0$

直线 BC 方程为 $2x + 5y - 1 = 0$

把原点 $(0, 0)$ 代入 AB 方程左边, $0 - 0 + 3 > 0$, 阴影区域与原点 $(0, 0)$ 在同一侧, 所以对应的不等式为 $x - y + 3 > 0$

同理把原点 $(0, 0)$ 代入 AC 方程左边, $0 + 0 - 23 < 0$, 阴影区域与原点 $(0, 0)$ 在同一侧, 所以对应的不等式为 $4x + 3y - 23 < 0$

把原点 $(0, 0)$ 代入 BC 方程左边, $0 + 0 - 1 < 0$, 阴影区域与原点 $(0, 0)$ 异侧, 所以对应的不等式为 $2x + 5y - 1 > 0$



表示图中阴影部分的不等式组为

$$(1) \begin{cases} x - y + 3 \geq 0 \\ 2x + 5y - 1 \geq 0 \\ 4x + 3y - 23 \leq 0 \end{cases}$$

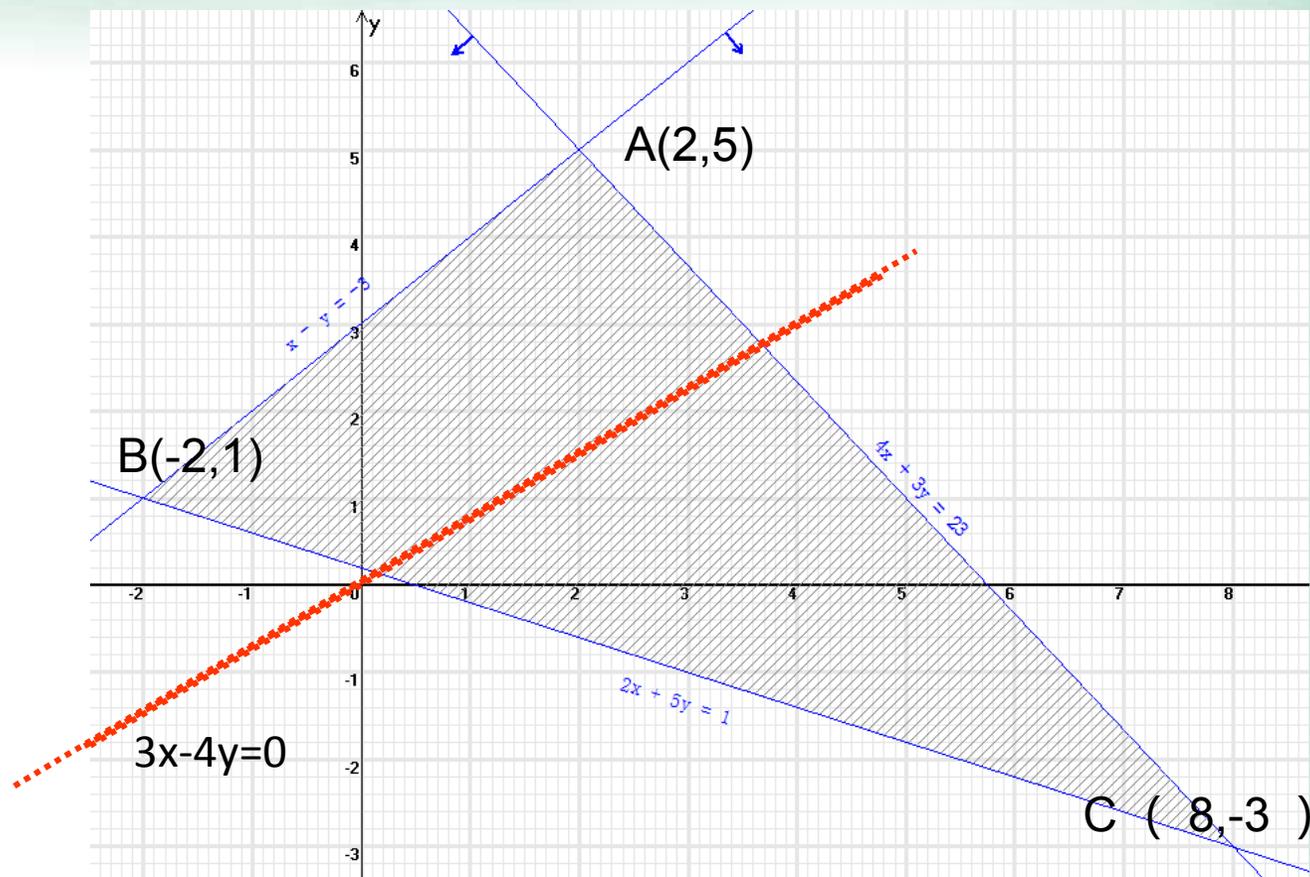
(2) 设目标函数为 $z=3x-4y$ ，图中的阴影部分是对 x, y 的约束条件，求在此约束条件下，目标函数的最大值和最小值。

目标函数变为 $y = \frac{3}{4}x - \frac{z}{4}$

画目标函数线 $3x-4y=0$

截距 $-\frac{z}{4}$ 取最大值时， z 有最小值；

截距 $-\frac{z}{4}$ 取最小值时， z 有最大值



$z=3x-4y$ 在点 $A(2, 5)$ 取得最小值， $z_{\min}=3 \times 2 - 4 \times 5 = -14$

$z=3x-4y$ 在点 $C(8, -3)$ 取得最大值， $z_{\max}=3 \times 8 - 4 \times (-3) = 36$

(3) 设目标函数为 $z=3x+4y$ ，图中的阴影部分是对 x, y 的约束条件，求在此约束条件下，目标函数的最大值和最小值。

目标函数变为 $y = \frac{3}{4}x + \frac{z}{4}$

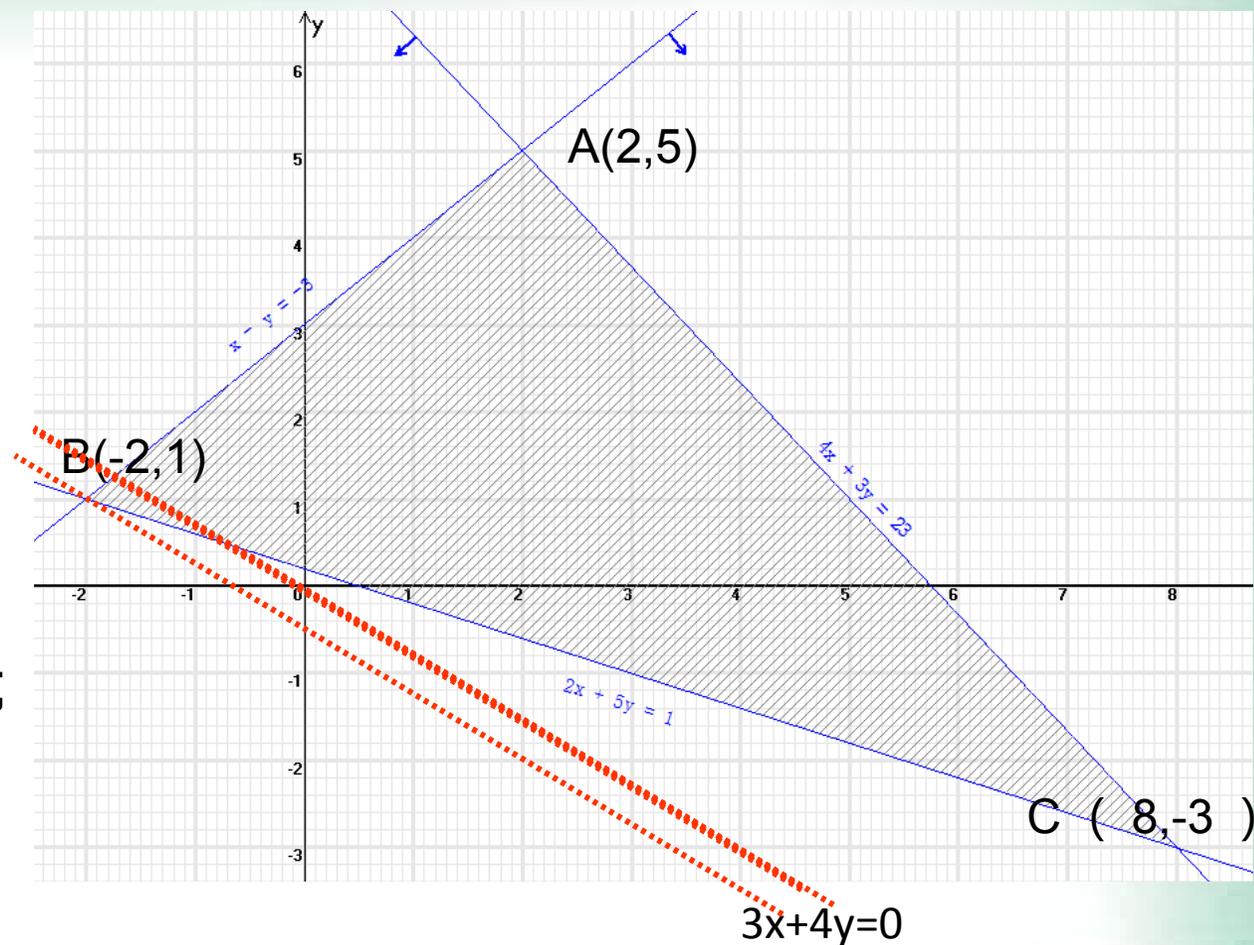
画目标函数线 $3x+4y=0$

截距 $\frac{z}{4}$ 取最小值时， z 有最小值；

截距 $\frac{z}{4}$ 取最大值时， z 有最大值

$z=3x+4y$ 在点 $B(-2, 1)$ 取得最小值， $z_{\min}=3 \times (-2) + 4 \times 1 = -2$

$z=3x+4y$ 在点 $A(2, 5)$ 取得最大值， $z_{\max}=3 \times 2 + 4 \times 5 = 26$



应用题

某工厂生产甲、乙两种产品，需要工时分别为 2 工时和 1 工时，甲、乙两种产品每件各需要 1 个单位和 3 个单位的原料 A。每天工厂可提供 80 个工时，90 个单位的原料 A，甲、乙两种产品每件利润分别为 40 元和 30 元。若生产甲 x 件，生产乙 y 件：

- (1) 写出 x, y 满足的线性约束条件；
- (2) 写出总利润 z 关于 x, y 的目标函数；
- (3) 用图解法求得得最大利润及最优解。

解：(1) 线性约束条件为

	工时	A 原料	利润
甲产品	2	1	40
乙产品	1	3	30
限制	80	90	

$$2x+y \leq 80$$

$$x+3y \leq 90$$

$$x \in \mathbb{N}$$

$$y \in \mathbb{N}$$

(2) 总利润 z 关于 x, y 的目标函数

$$z=40x+30y$$

(3) 线性约束条件

$$2x + y \leq 80$$

$$x + 3y \leq 90$$

$$x \in \mathbb{N}$$

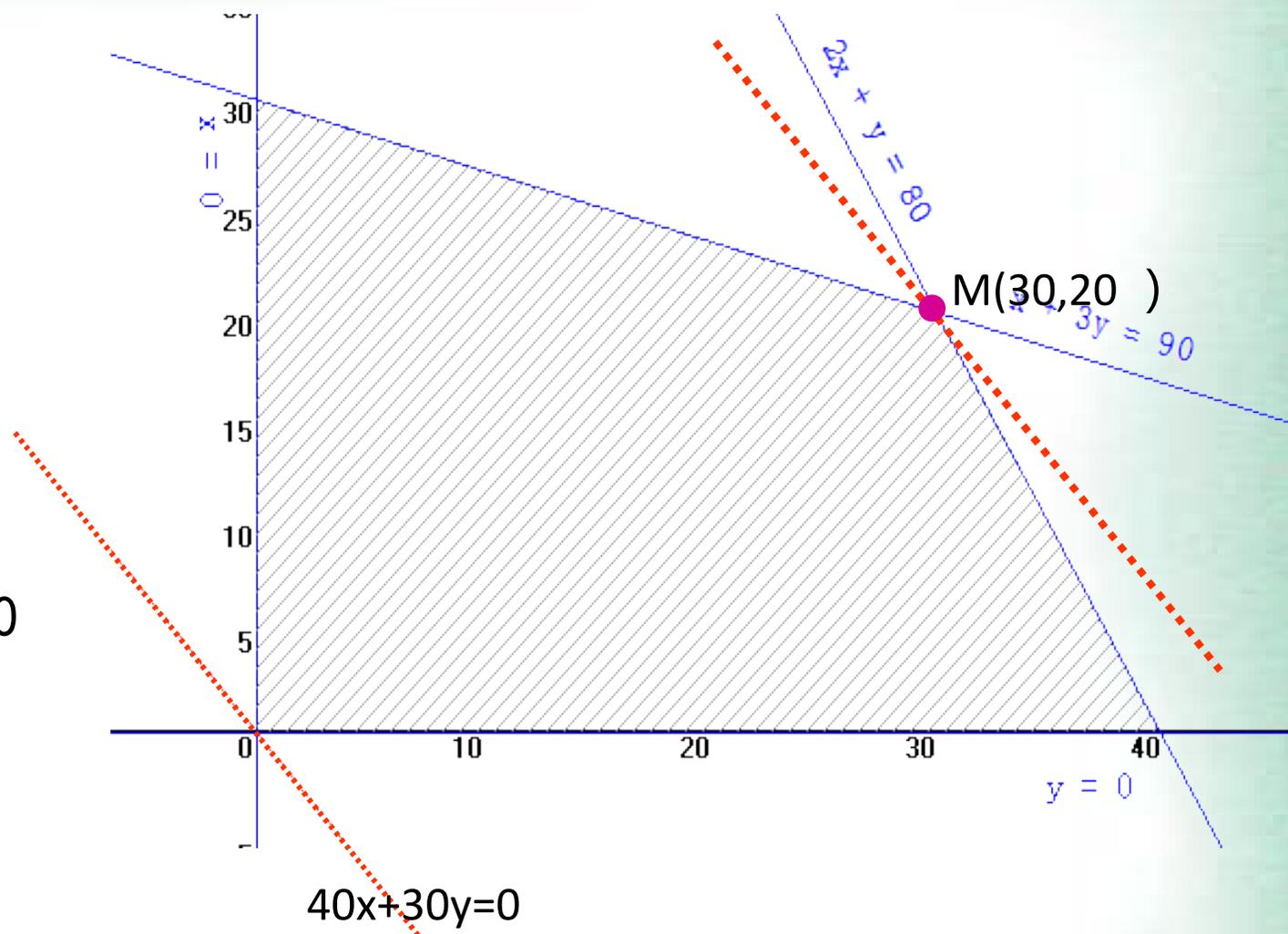
$$y \in \mathbb{N}$$

目标函数 $z = 40x + 30y$

使 $z = 40x + 30y$ 取得最大值的
 (x, y) 是两直线 $2x + y = 80$
与 $x + 3y = 90$ 的交点

$M(30, 20)$

$$z_{\max} = 40 \times 30 + 30 \times 20 = 1800$$



作业

习题 19 1-5

谢谢观看！