第十二章 三角计算及其应用

12.2 倍角公式

授课教师：李辉

泰山护理职业学院

复习两角和的三角公式

$S_{(\alpha+\beta)}$

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha+\alpha)=\sin\alpha\cos\alpha+\cos\alpha\sin\alpha$$

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$

$C_{(\alpha+\beta)}$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\alpha)=\cos\alpha\cos\alpha-\sin\alpha\sin\alpha$$

$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$

$T_{(\alpha+\beta)}$

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$

$$\tan(\alpha+\alpha)=\frac{\tan\alpha+\tan\alpha}{1-\tan\alpha\cdot\tan\alpha}$$

$$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

倍角公式

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$= 1 - 2\sin^2\alpha$$
$$= 2\cos^2\alpha - 1$$

思考：$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

把上述关于 $\cos 2\alpha$ 的式子能否变成只含有 $\sin\alpha$ 或 $\cos\alpha$ 形式的式子呢？ 由 sin2 α +cos2 α =1 得 sin2α=1- cos2α cos2α=1- sin2α

$$\cos 2\alpha = 1 - \sin^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - (1-\cos^2\alpha) = 2\cos^2\alpha - 1$$

倍角公式的应用

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$= 1 - 2\sin^2\alpha$$
$$= 2\cos^2\alpha - 1$$

根据公式口答下列各题：

(1) $2\sin 15^\circ \cos 15^\circ =$ $\frac{1}{2}$

(2) $\cos^2\frac{\pi}{6} - \sin^2\frac{\pi}{6} =$ $\frac{1}{2}$

(3) $\frac{2\tan 30^\circ}{1-\tan^2 30^\circ} =$ $\sqrt{3}$

例1 已知 $\sin\alpha=-\frac{5}{13},\alpha\ (\pi,\frac{3\pi}{2})$

求 sin2α, cos2α, tan2α 的值。

解： 因为 $\sin\alpha=-\frac{5}{13},\alpha\ (\pi,\frac{3\pi}{2})$ **所以**

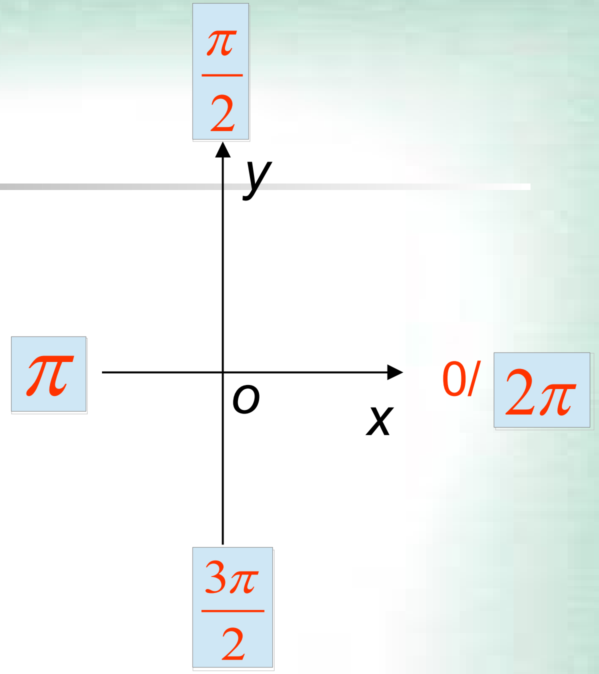
$$\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-(-\frac{5}{13})^2}=-\frac{12}{13}.$$

于是

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\times(-\frac{5}{13})\times(-\frac{12}{13})=\frac{120}{169}$$

$$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha=1-2\times(\frac{5}{13})^2=\frac{119}{169}$$

$$\tan 2\alpha=\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}=\frac{120}{169}\times\frac{169}{119}=\frac{120}{119}.$$



例 2 求证恒等式

$$\frac{\sin 2\theta+\sin\theta}{2\cos 2\theta+2\sin^2\theta+\cos\theta}=\tan\theta$$

$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$=1-2\sin^2\alpha$$
$$=2\cos^2\alpha-1$$

证明：左边$=\dfrac{2\sin\theta\cos\theta+\sin\theta}{2(\cos^2\theta-\sin^2\theta)+2\sin^2\theta+\cos\theta}$

$=\dfrac{\sin\theta(2\cos\theta+1)}{\cos\theta(2\cos\theta+1)}$ $=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ $=\tan\theta=$右边

$\therefore$原式成立

课堂小结

1、二倍角的正弦公式

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha \qquad S_{2\alpha}$$

2、二倍角的余弦公式

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \qquad C_{2\alpha}$$

$$= 2\cos^2\alpha - 1$$

$$= 1 - 2\sin^2\alpha$$

3、二倍角的正切公式

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} \qquad T_{2\alpha}$$

作业

P11 练习 1-6

谢谢观**看！**