



课程名称：数学 授课班级：_____ 授课人：_____ 序号：_____
课题：12.2 倍角公式 类型：新授课 教学时数：2

一、教学目标（知识目标、能力目标、思想目标）

- 1、掌握倍角公式，会用二倍角公式进行计算和化简。
- 2、培养学生的观察能力和综合应用知识的能力。
- 3、二倍角公式是和角公式的特殊情况，加深特殊与一般关系的理解。

二、教学重点、难点

教学重点：倍角公式

教学难点：用二倍角公式进行计算和化简

三、教学准备（教材、教具、教学参考书）

教材：数学提高版 第一册

参考书：数学提高版 第一册参考书

四、教法与学法

课前、课中、课后都要利用教学资源平台辅助教学。

讲授、提问、练习、反馈、总结、讨论

五、课前学习

按课前自主学习任务单的要求，学习相关微课、ppt 课件、数字化教程，完成课前自主练习题。

六、教学内容与步骤（课中）

（一）、检查复习

复习上堂课的公式

（二）、导入新课

本节课我们继续学习两角和与差的正切。

（三）、讲授新课

通过课前自主学习，让学生分组回答问题如下：

- （1）你能说出正弦、余弦、正切的倍角公式吗？
- （2）会应用公式进行计算和化简吗？
- （3）课前自主学习过程中遇到了哪些问题？

根据课前的自主学习，一起回顾所学知识：

（一）回顾两角和（差）的正弦、余弦和正切公式，

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta; \quad \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta;$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}.$$

我们由此能否得到 $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \tan 2\alpha$ 的公式呢？令 $\alpha = \beta$ 得：

$$\sin 2\alpha = \sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha;$$



$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha ;$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) = 2\cos^2 \alpha - 1 .$$

$$\tan 2\alpha = \tan(\alpha + \alpha) = \frac{\tan \alpha + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha \tan \alpha} = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} . \text{ 注意: } 2\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2\sin \alpha \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha \\ \tan 2\alpha &= \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \end{aligned}$$

例1 已知 $\sin \alpha = -\frac{5}{13}, \alpha \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$

求 $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \tan 2\alpha$ 的值.

解: 因为 $\sin \alpha = -\frac{5}{13}, \alpha \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$ 所以

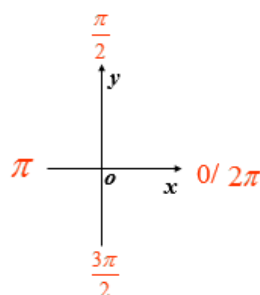
$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - (-\frac{5}{13})^2} = -\frac{12}{13} .$$

于是

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \times (-\frac{5}{13}) \times (-\frac{12}{13}) = \frac{120}{169}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \times (-\frac{5}{13})^2 = \frac{119}{169}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{120}{169} \times \frac{169}{119} = \frac{120}{119} .$$



例2.用二倍角公式求下列各式的值:

(1) $\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12};$ (2) $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$

(3) $\frac{1}{2} - 2\sin^2 \frac{\pi}{12};$ (4) $\frac{2 \tan 22.5^\circ}{1 - \tan^2 22.5^\circ}$ (启发, 让学生完成)

解: (1) 原式 $= \frac{1}{2} (2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}) = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{4}$

(2) 原式 $= \cos(2 \times \frac{\pi}{8}) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(3) 原式 $= \frac{1}{2} (1 - 2\sin^2 \frac{\pi}{12}) = \frac{1}{2} \cos(2 \times \frac{\pi}{12}) = \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{4}$



$$(4) \text{ 原式} = \frac{1}{2} \left(\frac{2 \tan 22.5^\circ}{1 - \tan^2 22.5^\circ} \right) = \frac{1}{2} \tan 45^\circ = \frac{1}{2}$$

例3 证明恒等式

$$\frac{\sin 2\theta + \sin \theta}{2 \cos 2\theta + 2 \sin^2 \theta + \cos \theta} = \tan \theta .$$

证明 左边 =
$$\frac{2 \sin \theta \cos \theta + \sin \theta}{2(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + 2 \sin^2 \theta + \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta (2 \cos \theta + 1)}{\cos \theta (2 \cos \theta + 1)}$$

$$= \tan \theta = \text{右边} .$$

所以原式成立.

练习：P11 1

(四)、教学小结

1、二倍角的正弦公式

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad S_{2\alpha}$$

2、二倍角的余弦公式

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad C_{2\alpha} \\ &= 2 \cos^2 \alpha - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

3、二倍角的正切公式

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \quad T_{2\alpha}$$

(五)、评价与反馈

1、二倍角公式是和角公式的特例，体现将一般化归为特殊的基本数学思想方法。

2、二倍角公式与和角、差角公式一样，反映的都是如何用单角的三角函数值表示复角（和、差、倍）的三角函数值，结合前面学习到的同角三角函数关系式和诱导公式可以解决三角函数中有关的求值、化简和证明问题。



课程名称: 数学 授课班级: _____ 授课人: _____ 序号: _____
课题: 12.2 倍角公式 类型: 新授课 教学时数: 2

(六)、布置作业

课后利用教学资源平台上的微课复习所学内容, 完成资源平台上的作业题

课前自主学习下一节内容: 12.3 正弦型函数的图象和性质

P11 练习 2-6