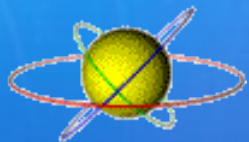


## 第十二章 三角计算及其应用

### 12.4.3 正弦定理

授课教师：李辉

泰山护理职业学院



# 复 习

三角形面积公式:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

由三角形面积公式:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

可以得到  $\frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B$

即  $b \sin A = a \sin B$

可以得到  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

同理可证  $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

正弦定理

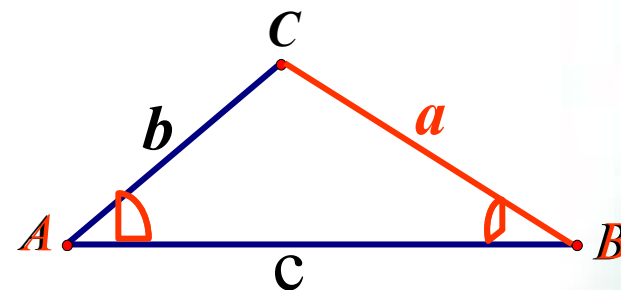
正弦定理 在一个三角形中, 各边和它所对的角的正弦的比值相等。

每个等式可视为一个方程: 知三求一

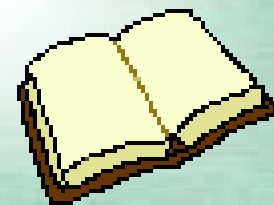
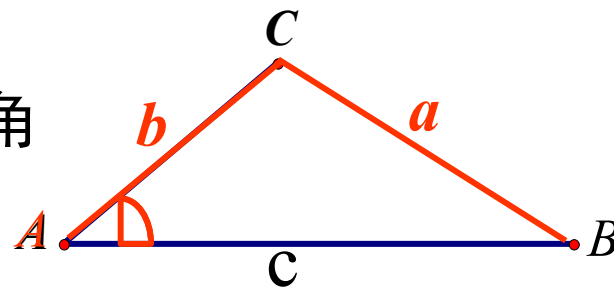
## 正弦定理的应用

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

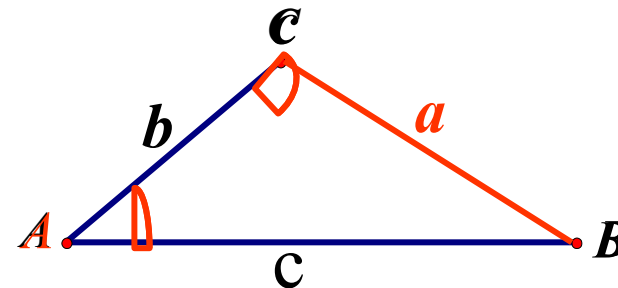
1、已知两角和任意一边，可以求出其他两边和一角。



2、已知两边和其中一边的对角，可以求出三角形的其他的边和角。



例 1 在 $\triangle ABC$  中, 已知  $a=5$ ,  $\angle A=30^\circ$ ,  $\angle C=65^\circ$ , 求  $b$ ,  $c$  (精确到 0.01)



解: 因为  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$   
所以  $\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 85^\circ$

由正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\therefore b = \frac{a \cdot \sin B}{\sin A} = \frac{5 \times \sin 85^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 9.96$$

同理, 得

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$$

$$c = \frac{a \cdot \sin C}{\sin A} = \frac{5 \sin 65^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 9.06$$

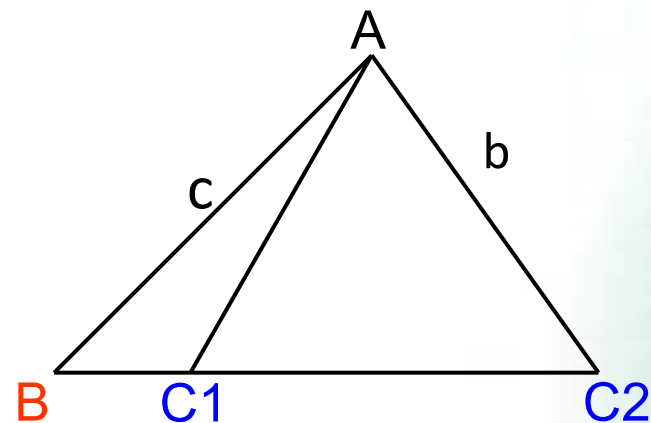
例 2 已知 $\triangle ABC$  中,  $b=2\sqrt{2}$ ,  $c=2\sqrt{3}$ ,  $\angle B=45^\circ$ , 求  $\angle C$

解: 因为

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

, 所以

$$\begin{aligned}\sin C &= \frac{c \sin B}{b} = \frac{2\sqrt{3} \sin 45^\circ}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$



在  $0^\circ \sim 180^\circ$  范围内, 正弦值等  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  的角有两个, 它们是  $60^\circ$  和  $120^\circ$ , 并且两者互为补角。

又因为  $0^\circ < \angle C < 180^\circ$ , 所以  $\angle C=60^\circ$  或  $\angle C=120^\circ$

例3 已知 $\triangle ABC$ 中,  $b=10, c=6, \angle B=60^\circ$ , 求 $\angle C$

解: 因为

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

, 所以

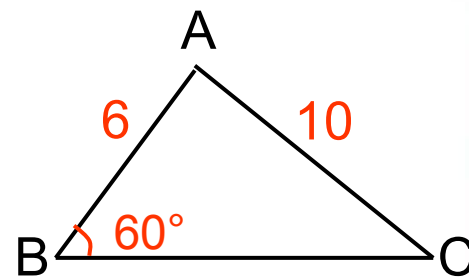
$$\sin C = \frac{c \sin B}{b} = \frac{6 \sin 60^\circ}{10} = \frac{3\sqrt{3}}{10}$$

利用计算器可求得锐角 $\angle C \approx 31.018^\circ$

又因为 $\sin(180^\circ - 31.018^\circ) = \sin 31.018^\circ$

所以还有可能 $\angle C = 180^\circ - 31.018^\circ = 148.982^\circ$

但 $148.982^\circ + 60^\circ > 180^\circ$ ,  $\angle C = 148.982^\circ$  应舍去, 所以 $\angle C = 31.018^\circ$



想一想 什么情况下只有一解? 在什么情况下有两解?

所求的钝角与已知角相加小于 $180^\circ$ , 则有两解;

所求的钝角与已知角相加大于或等于 $180^\circ$ , 则有一解;

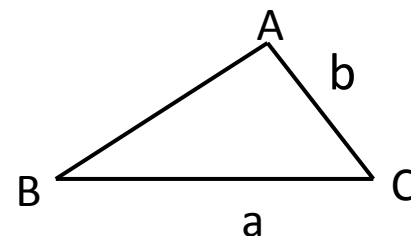
例 4 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $b=4$ ,  $\angle B=30^\circ$ ,  $\angle C=45^\circ$ , 求  $S_{\triangle ABC}$

解: 显然  $\angle A=180^\circ - \angle B - \angle C=105^\circ$ , 所以

由正弦定理  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ , 得

$$a = \frac{b \sin A}{\sin B} = \frac{4 \sin 105^\circ}{\sin 30^\circ}$$

$$= 8 \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} = 2(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$



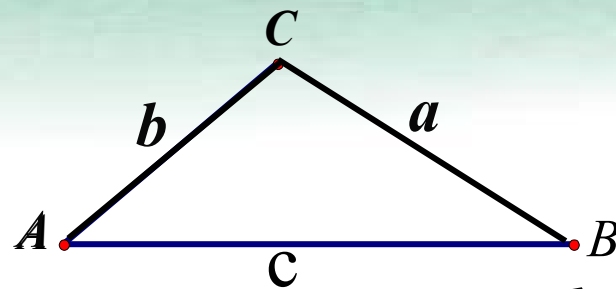
$$\begin{aligned} \sin 105^\circ &= \sin(60^\circ + 45^\circ) \\ &= \sin 60^\circ \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \sin 45^\circ \end{aligned}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

所以  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C$

$$= \frac{1}{2} (2(\sqrt{6} + \sqrt{2})) \cdot 4 = \frac{\sqrt{2}}{2} + 4\sqrt{3} \quad 4$$

归纳解三角形的类型：



① 已知两角和任一边，求其他两边和一角，用正弦定理

② 已知两边和一边的对角，求第三边和其他两角，用正弦定理。

③ 已知三边求三角，用余弦定理。

④ 已知两边和它的夹角，求第三边和其他两个角，用余弦定理

要数形结合，画图分析边角关系，合理使用公式。



1、 **正弦定理**    在一个三角形中，各边和它所对角的正弦的比相等，  
即

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

**注：每个等式可视为一个方程：知三求一**

2. 正弦定理可解以下两种类型的三角形：

- (1) 已知两角及一边；
- (2) 已知两边及其中一边的对角。

# 作业

P23

练习 1 - 6



谢谢观看！