

# 19.2 二元一次不等式表示的区域

授课教师：李辉

泰山护理职业学院

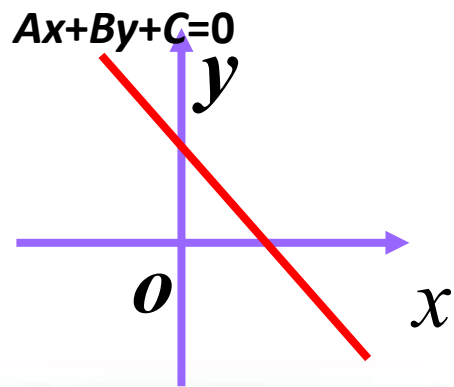


# 课 堂 探 究

已知直线  $l: Ax+By+C=0$ ，它把平面分为两部分，每个部分叫做半平面。

不等式  $Ax+By+C>0$  和  $Ax+By+C<0$  表示的平面区域分别对应两个半平面。

我们如何求二元一次不等式在直角坐标平面上表示的区域呢？



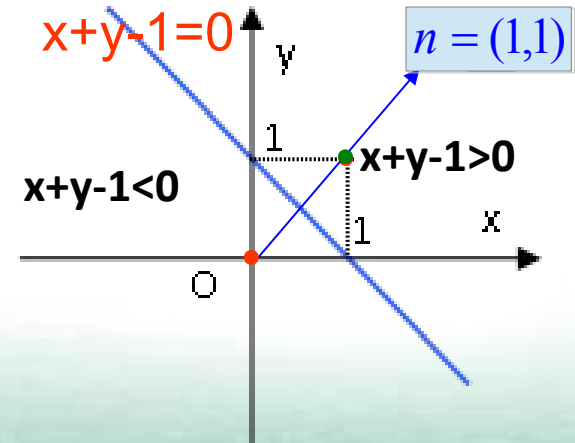
1. 由直线的方程的意义可知，直线  $l$  上点的坐标都满足  $l$  的方程。

画出  $x+y-1=0$  的法向量  $= (n, 1)$

在直线  $l$  的右上方和左下方取一些点：

2. 右上方： $(1, 1)$  代入  $x+y-1=1>0$  法向量指向的那一侧

3. 左下方： $(0, 0)$  代入  $x+y-1=0-1<0$  法向量指向的相反的一侧

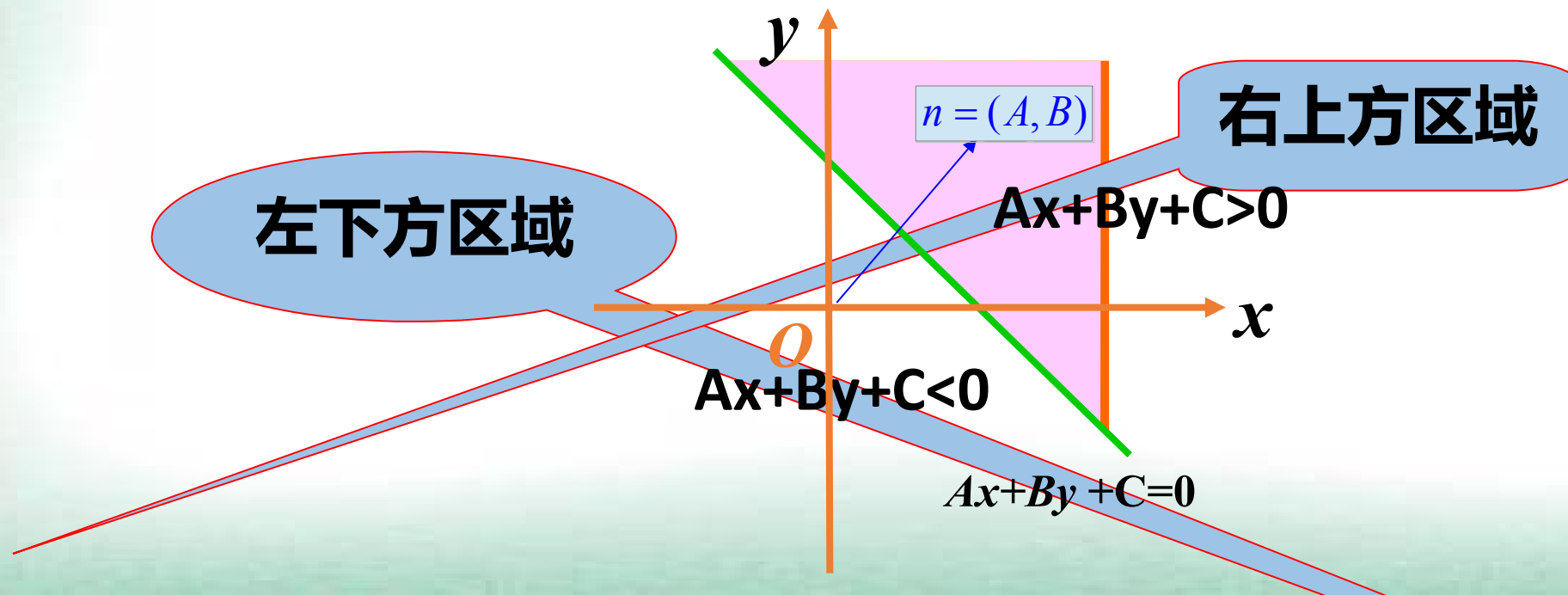


# 判断不等式区域的第一种方法：法向量法

直线  $l: Ax + By + C = 0$  将坐标平面上的点分为两部分

直线  $l$  的法向量  $= (A, B)$  的方向所指向的那一侧的半平面内的所有点的坐标，满足不等式  $Ax + By + C > 0$ ；

而在另一侧的半平面内的所有点的坐标，满足不等式  $Ax + By + C < 0$ 。



# 判断不等式区域的第二种方法：特殊点代入法

问题：平面内所有的点被直线  $x+y-1=0$  分成几类？

如图：在平面直角坐标系内， $x+y-1=0$  表示一条直线。

平面内所有的点被直线分成三类：

第一类：在直线  $x+y-1=0$  上的点；

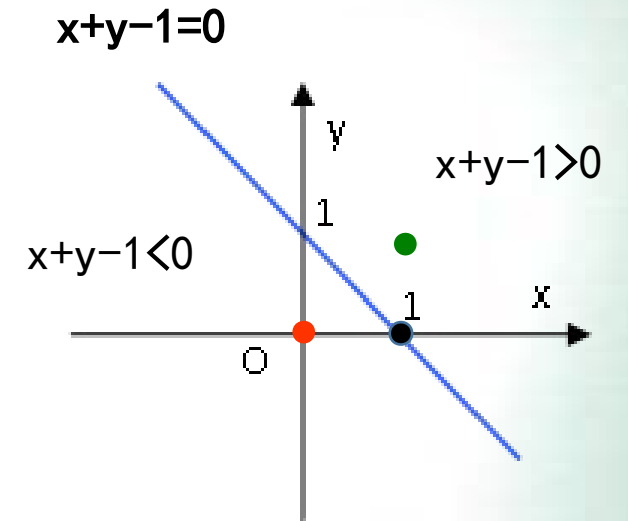
例如  $(1, 0)$  代入直线方程左侧  $1+0-1=0$

第二类：在直线  $x+y-1=0$  左下方的区域内的点；

例如  $(0, 0)$  代入直线方程左侧  $0+0-1<0$  左下方的区域就是  $x+y-1<0$  表示的区域

第三类：在直线  $x+y-1=0$  右上方的区域内的点。

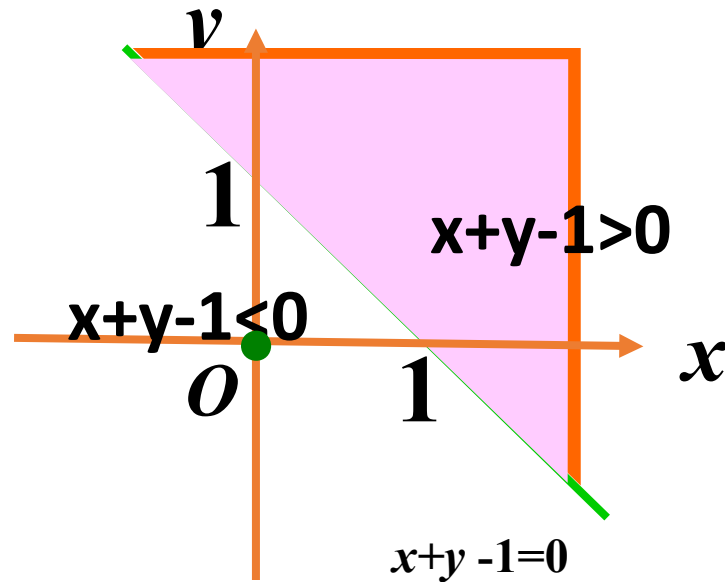
例如  $(1, 1)$  代入直线方程左侧  $1+1-1=1>0$  右上方的区域就是  $x+y-1>0$  表示的区域



# 判断不等式区域的第二种方法：特殊点代入法

在求一元二次不等式表示的区域时，还可以用特殊点代入法。在直线的某一侧任取一点，若其坐标满足这个不等式，则该点所在的这一侧区域是所求的区域，否则直线的另一侧就是所求的区域。

若  $c \neq 0$ ，通常取原点  $(0, 0)$  代入。若不等式成立，则原点所在一侧，就是不等式表示的区域；若不等式不成立，则不是原点所在侧，即另一侧是不等式表示区域。



不等式  $Ax + By + C \leq 0$  包含直线  $Ax + By + C = 0$ ，即有等号时画实线，无等号时画虚线。

例 1. 画出下面二元一次不等式表示的平面区域:

(1)  $2x - y - 3 > 0$ ;      (2)  $3x + 2y - 6 \leq 0$ .

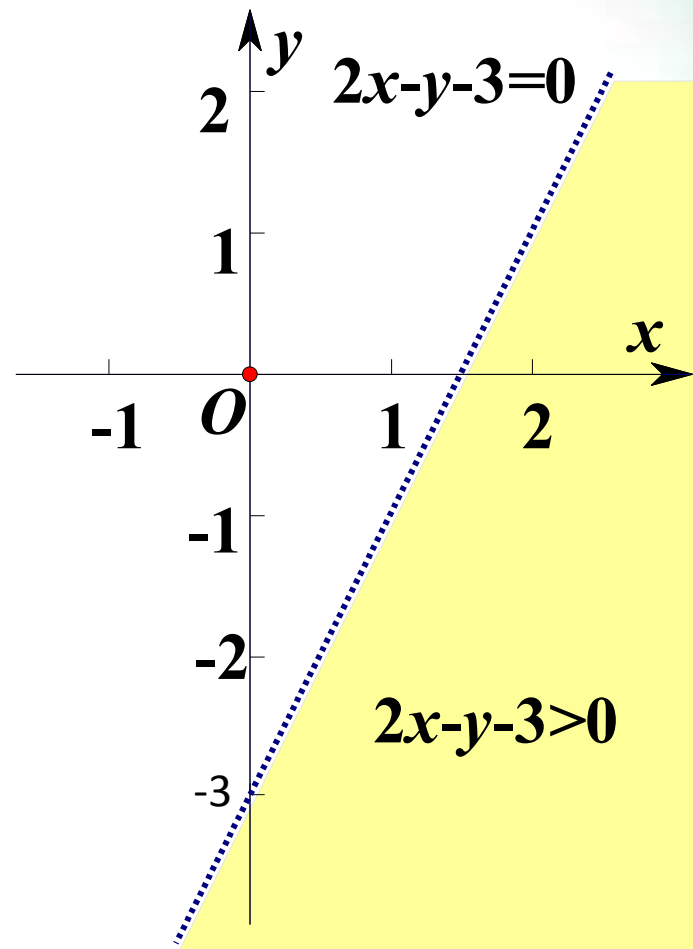
解法一: (1) 所求的平面区域不包括直线, 用虚线过两点  
(1.5, 0) 和 (0, -3)

画直线  $l: 2x - y - 3 = 0$ ,

将原点坐标 (0, 0) 代入直线左边, 得

$$2 \times 0 - 0 - 3 = -3 < 0,$$

这样, 就可以判定不等式  $2x - y - 3 > 0$  所表示的区域与原点  
位于直线  $2x - y - 3 = 0$  的异侧, 即不包含原点的那一侧。

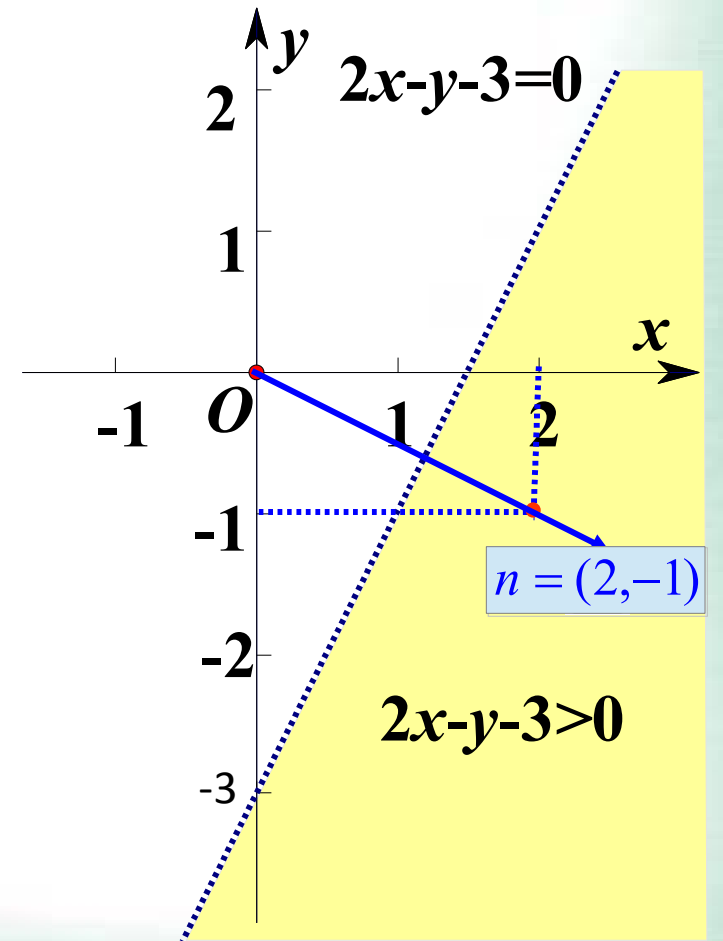


(1) 画出  $2x-y-3>0$  的平面区域。

解法二：画出直线  $2x-y-3=0$ ，不等式中没有等号，画虚线。

直线  $2x-y-3=0$  的法向  $n = (2, -1)$  画出直线的法向量。

则  $2x-y-3>0$  表示的区域就是法向量指向的那一侧。



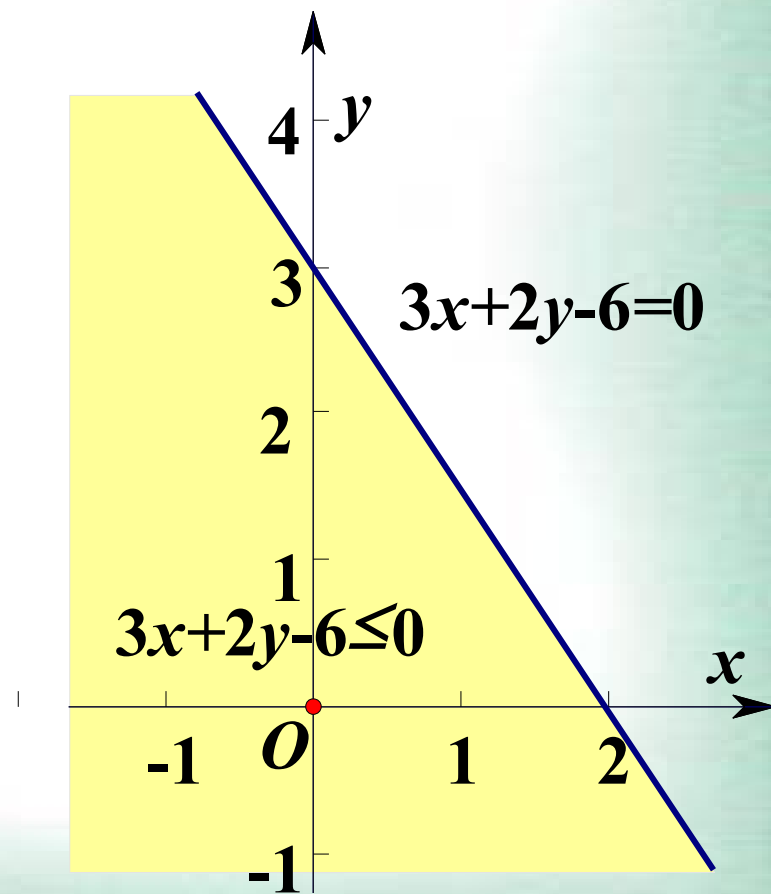
(2) 画出  $3x+2y-6 \leq 0$  的平面区域.

解法一: (2) 所求的平面区域包括直线, 用实线过点  $(2, 0)$  和  $(0, 3)$  画直线  $l$ :

$$3x+2y-6=0,$$

将原点坐标  $(0, 0)$  代入  $3x+2y-6$ , 得  $3 \times 0 + 2 \times 0 - 6 = -6 < 0$ ,

不等式  $3x+2y-6 \leq 0$  所表示的区域与原点位于直线  $3x+2y-6=0$  的同侧, 即包含原点的那一侧 (包含直线  $l$ )。

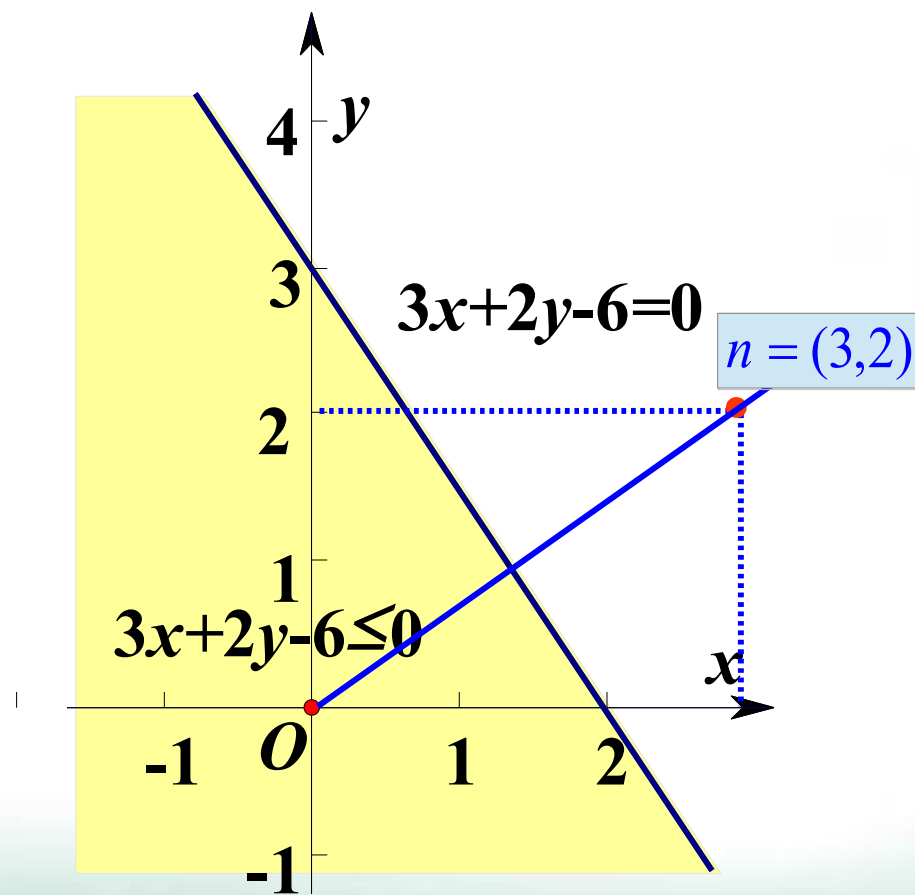


## (2) 画出 $3x+2y-6 \leq 0$ 的平面区域.

解法二：画出直线  $3x+2y-6=0$ ，不等式中有等号，所以画实线。

直线  $3x+2y-6=0$  的法向量  $n$  (3, 2) 画出直线的法向量。

则  $3x+2y-6 \leq 0$  表示的区域就是法向量指向的相反的一侧。



## 应该注意的几个问题：

- 1、 $Ax+By+C \geq 0$  表示的平面区域把直线画成实线以表示区域包含边界直线；
- 2、 $Ax+By+C > 0$  表示的平面区域把直线画成虚线以表示区域不包含边界直线。
- 3、确定区域的方法概括为 ( $C \neq 0$ )：“直线定界，法向量或原点定域”。

## 例 2 画出下面不等式组表示的区域

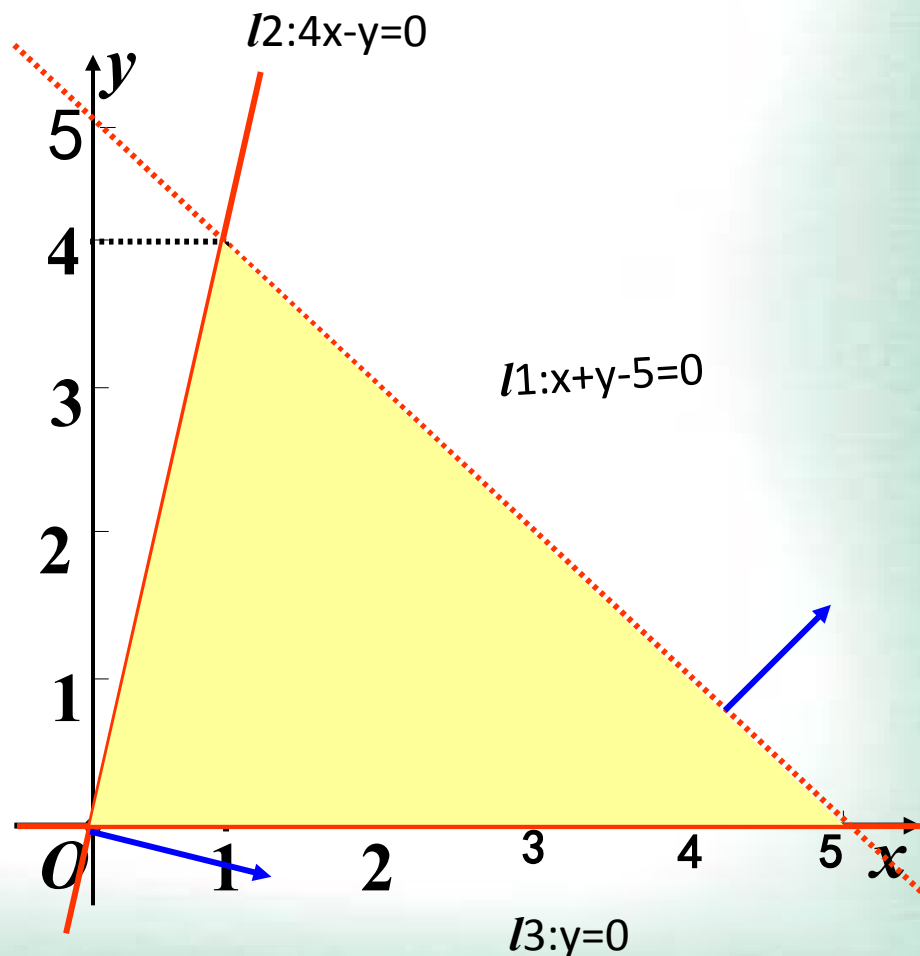
$$x+y-5 < 0$$

$$4x-y \geq 0$$

$$y \geq 0$$

解：在直角坐标系中，分别作出直线  $l_1: x+y-5=0$ ， $l_2: 4x-y=0$  和  $l_3: y=0$

用例 1 的方法（或代入特殊点的方法）再分别作出不等式  $x+y-5 < 0$ ， $4x-y \geq 0$  和  $y \geq 0$  所表示的区域，则它们的交集就是已知不等式组所表示的区域，如图阴影部分。

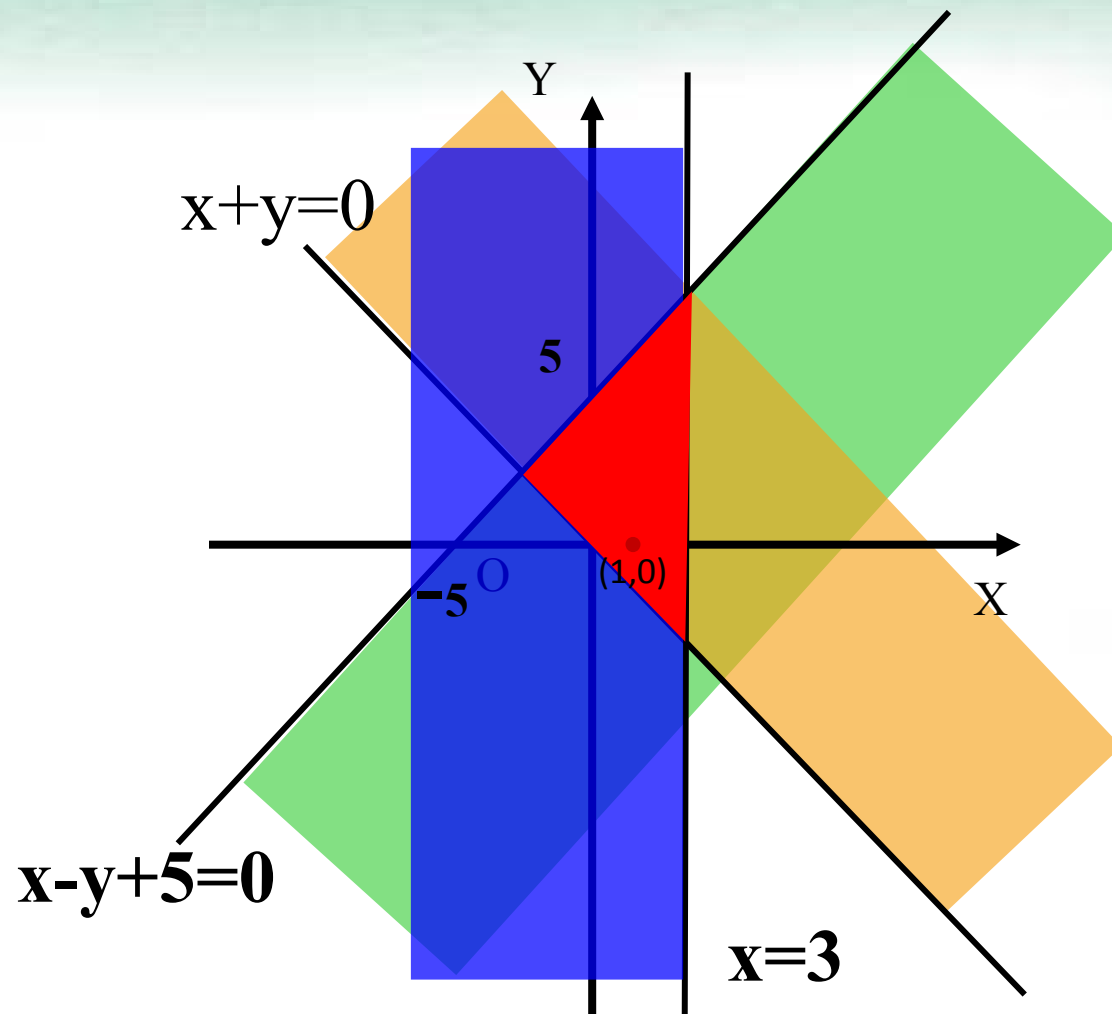


练习：画出不等式组表示的平面区域

$$\begin{cases} x - y + 5 \geq 0 \\ x + y \geq 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

解：

$$0 - 0 + 5 > 0$$
$$1 + 0 > 0$$



注：不等式组表示的平面区域是各不等式所表示平面区域的公共部分。



二元一次不等式  $Ax+By+C>0$  和  $Ax+By+C<0$  在平面直角坐标系中表示直线  $Ax+By+C=0$  某一侧所有点组成的平面区域。

**确定步骤:**

直线定界，法向量或特殊点定域；

若  $C \neq 0$ ，则直线定界，原点定域；

**应该注意的几个问题:**

- 1、若不等式中不含等号，则边界应画成虚线，否则应画成实线。
- 2、画图时应非常准确，否则将得不到正确结果。

# 作业

P219 练习 19-2 1-3

谢谢观看！