第十三章 圆锥曲线

复习椭圆、双曲线、抛物线

授课教师：李辉

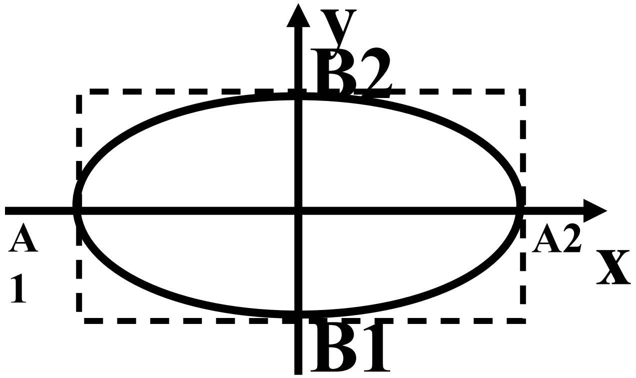
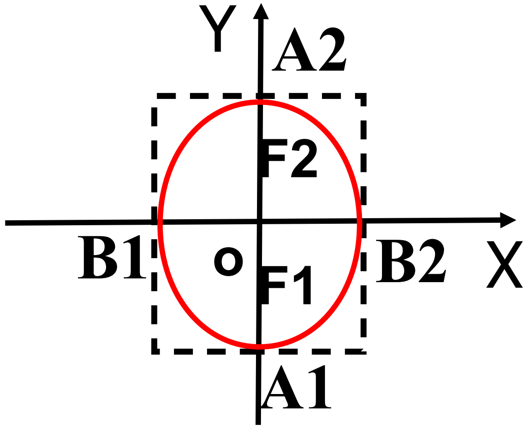
泰山护理职业学院

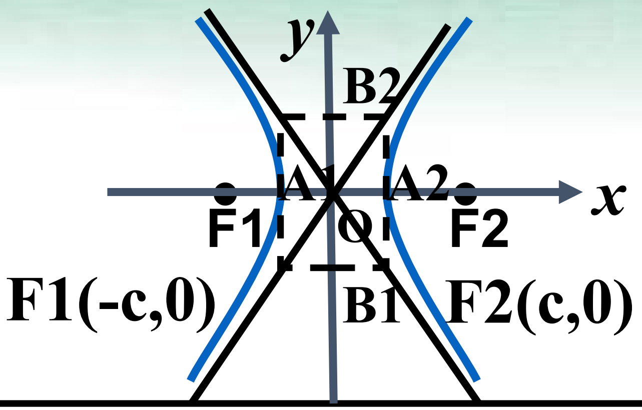
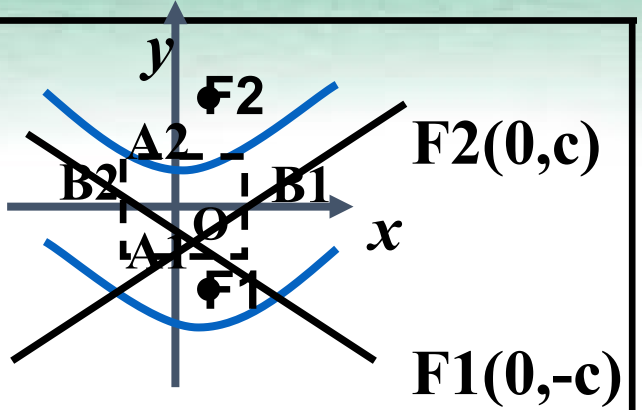
定义：

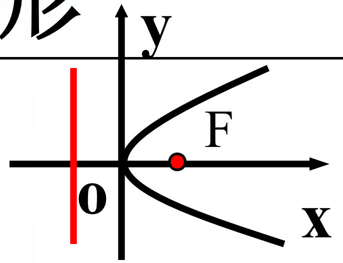
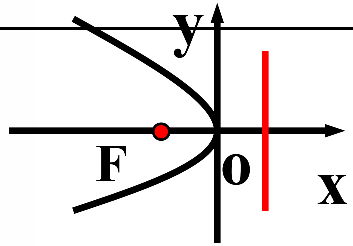
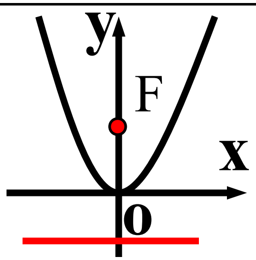
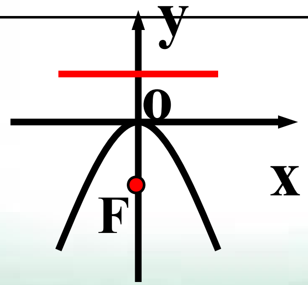
(1)椭圆:平面内到两个定点F_1,F_2的距离的和等于常数(大于$|F_1F_2|$)的点的轨迹叫做椭圆.两个定点叫做焦点,两个焦点的距离叫做焦距 $(|PF_1|+|PF_2|=2a)$.

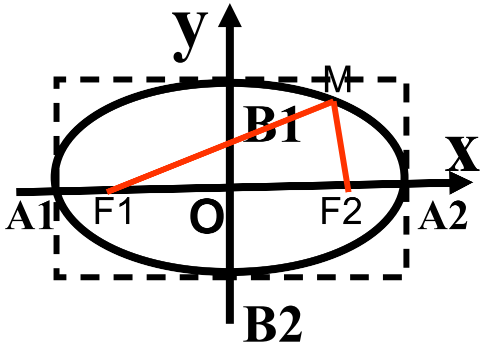
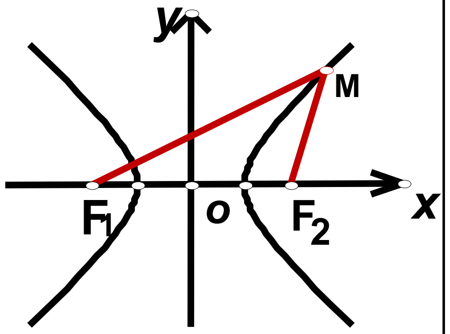
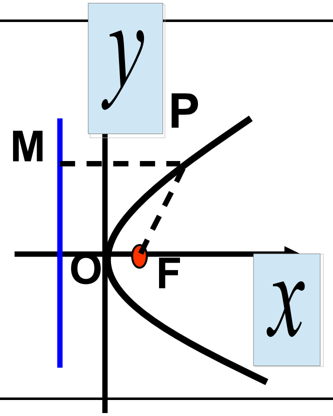
(2)双曲线:平面上到两个定点F_1,F_2的距离的差的绝对值等于常数(小于$|F_1F_2|$)的点的轨迹叫做双曲线.这两个定点叫做焦点,两焦点间的距离叫做焦距$(||PF_1|-|PF_2||=2a)$.

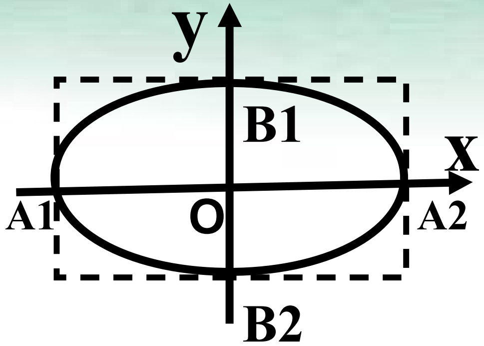
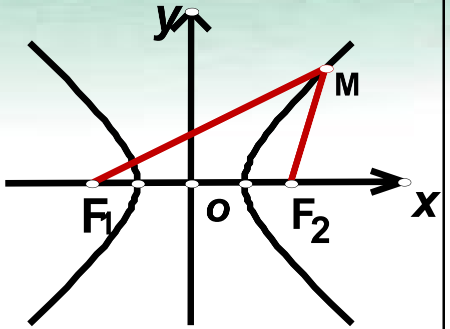
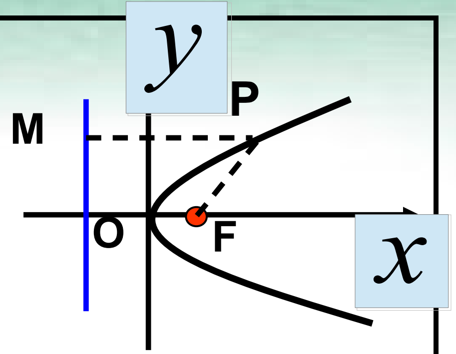
(3)抛物线:平面内到一个定点F和一条定直线l的距离相等的点的轨迹叫做抛物线,点F叫做焦点,直线l叫做准线.

椭圆方程	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (a>b>0)	$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1$ (a>b>0)
图形		
范围	$-a\le x\le a,-b\le y\le b$	$-b\le x\le b,-a\le y\le a$
对称性	关于 x 轴， y 轴，原点 ，对称。	关于 x 轴， y 轴，原点 ，对称。
顶点	$A(\pm a,0),B(0,\pm b)$	$A(0,\pm a),B(\pm b,0)$
离心率	$e=\frac{c}{a}(0<e<1)$	$e=\frac{c}{a}(0<e<1)$

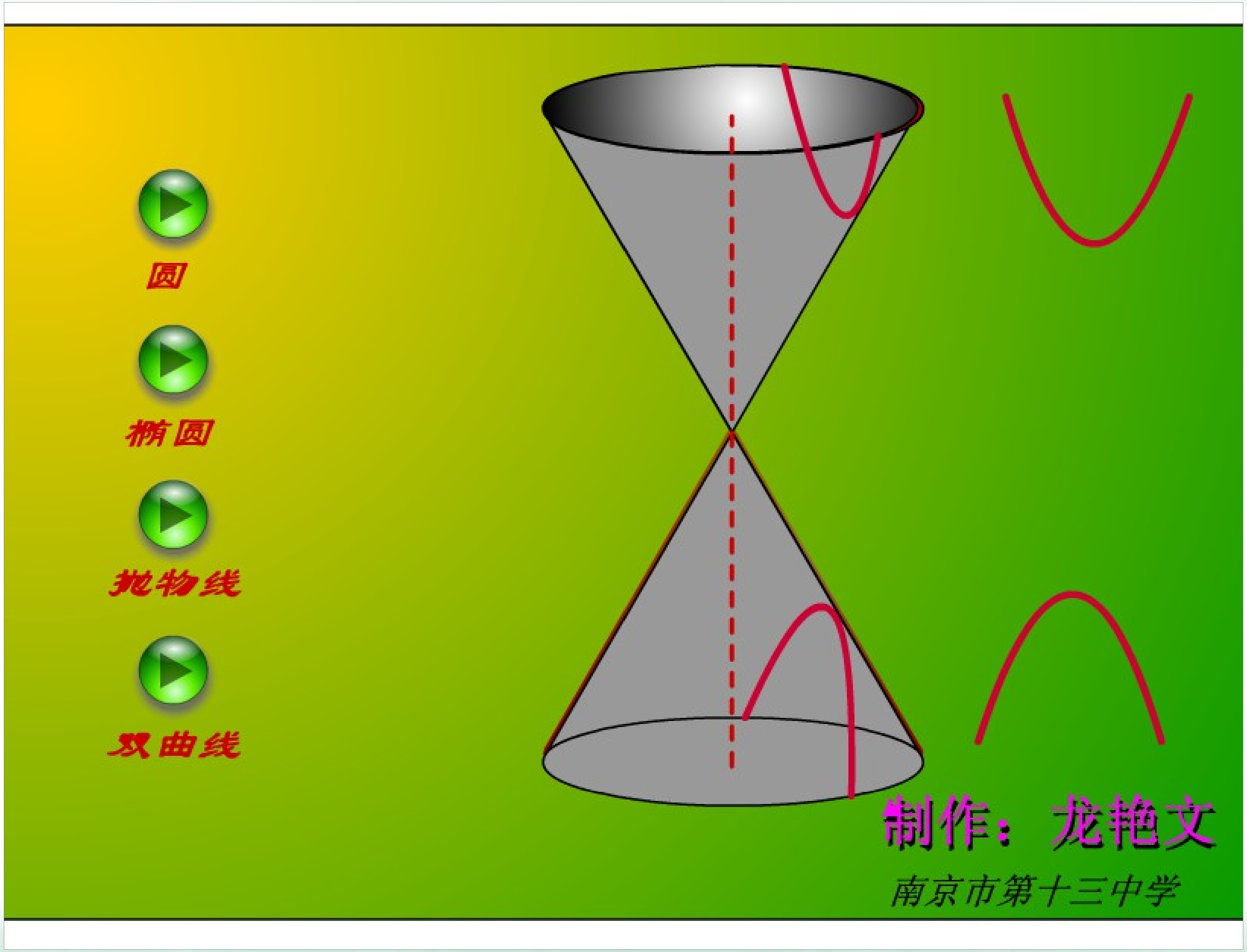
图形		
方程	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$	$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$
范围	$x\geq a$ **或** $x\leq -a$，$y\in R$	$y\geq a$ **或** $y\leq -a$，$x\in R$
对称性	**关于 x 轴、y 轴、原点对称**	**关于 x 轴、y 轴、原点对称**
顶点	**A1（-*a*，0），A2（ 0）**	**A1（0，-*a*），A2（0，*a*）**
离心率	$e=\frac{c}{a}\quad(e>1)$	$e=\frac{c}{a}\quad(e>1)$
渐近线	$y=\pm\frac{b}{a}x$	$y=\pm\frac{a}{b}x$

图形	焦点	准线	标准方程
	$F(\frac{p}{2},0)$	$x=-\frac{p}{2}$	$y^2=2px$ $(p>0)$
	$F(-\frac{p}{2},0)$	$x=\frac{p}{2}$	$y^2=-2px$ $(p>0)$
	$F(0,\frac{p}{2})$	$y=-\frac{p}{2}$	$x^2=2py$ $(p>0)$
	$F(0,-\frac{p}{2})$	$y=\frac{p}{2}$	$x^2=-2py$ $(p>0)$

	椭圆	双曲线	抛物线
几何条件	与两个定点的距离的和等于常数	与两个定点的距离的差的绝对值等于常数	与一个定点和一条定直线的距离相等
标准方程	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,b>0)$	$y^2=2px$ $(p>0)$
图形			
顶点坐标	$(\pm a,0),(0,\pm b)$	$(\pm a,0)$	$(0,0)$

			
对称轴	x轴,长轴长$2a$ y轴,短轴长$2b$	x轴,实轴长$2a$ y轴,虚轴长$2b$	x轴
焦点坐标	$(\pm c,0)$ $c=\sqrt{a^2-b^2}$	$(\pm c,0)$ $c=\sqrt{a^2+b^2}$	$(\frac{p}{2},0)$
离心率 $e=\frac{c}{a}$	$0<e<1$	$e>1$	$e=1$
准线方程			$x=-\frac{p}{2}$
渐近线方程		$y=\pm\frac{b}{a}x$	

圆锥曲线的形成



例 1 求椭圆　16 x2 + 25y2 =400 的长轴和短轴的长、离心率、焦点和顶点坐标

解 :把已知方程化成标准方程得 $\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$

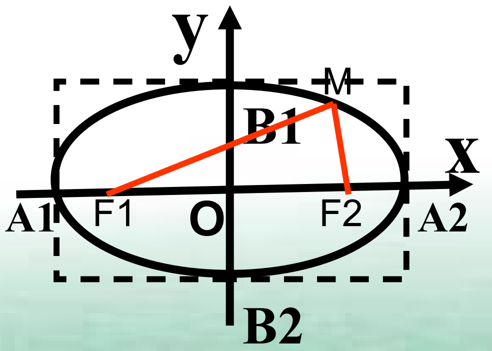
这里 $a=5, b=4, c=\sqrt{25-16}=3$

因此，椭圆的长轴长和短轴长分别是 $2a=10, 2b=8$

离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{3}{5}=0.6$

焦点坐标分别是 $F_1(-3,0), F_2(3,0)$

四个顶点坐标是 $A_1(-5,0), A_2(5,0), B_1(0,-4), B_2(0,4)$



例 2 求双曲线 9x2-16y2=144的实半轴长，虚半轴长，焦点坐标，离心率．渐近线方程。

解： 把方程化为标准方程: $\frac{x^2}{4^2}-\frac{y^2}{3^2}=1$

可得：实半轴长 a=4

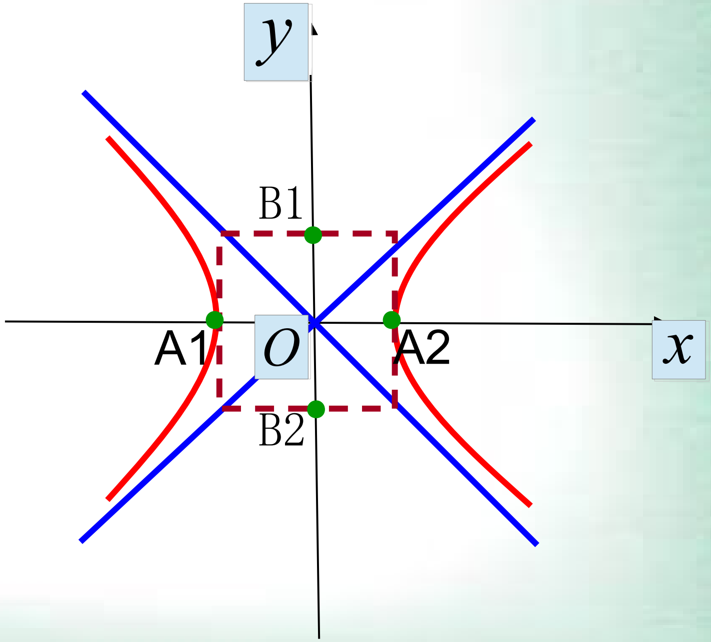
虚半轴长 b=3

半焦距 $c=\sqrt{4^2+3^2}=5$

焦点坐标是 (-5,0),(5,0)

离心率： $e=\frac{c}{a}=\frac{5}{4}$

渐近线方程： $y=\pm\frac{3}{4}x$



例 3　已知双曲线的两个焦点的距离为 26，双曲线上一点到两个焦点的距离之差的绝对值为 24，求双曲线的方程。

解：设焦点F_1, F_2在x轴上，由题意知$2c = 26, 2a = 24.$

$$\therefore a = 12, c = 13, b^2 = c^2 - a^2 = 13^2 - 12^2 = 25.$$

故当焦点在x轴上时，双曲线的方程为$\dfrac{x^2}{144} - \dfrac{y^2}{25} = 1.$

当焦点在y轴上时，双曲线的方程为$\dfrac{y^2}{144} - \dfrac{x^2}{25} = 1.$

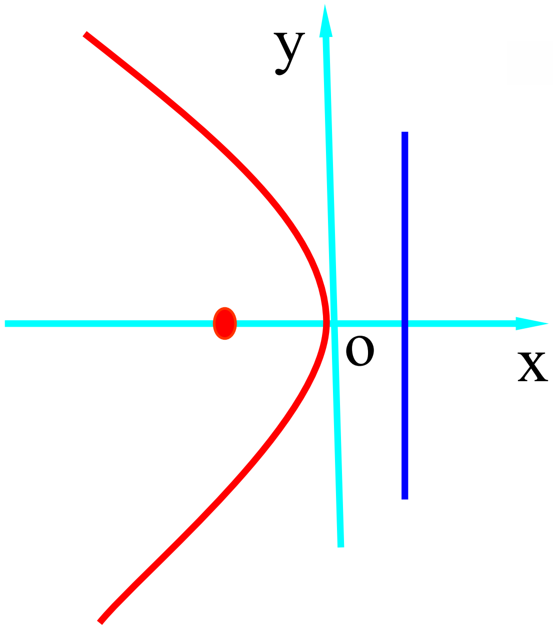
例 4　已知抛物线的焦点为 F（-2， 0），准线方程 x=2，则抛物线方程为（　　　）

A. $y^2 = 4x$　　B. $y^2 = -8x$　　C. $x = \frac{1}{8}y^2$　　D. $x = -\frac{1}{4}y^2$

解：$依题意得,\frac{p}{2} = 2,2p = 8,$

$抛物线的方程为 y^2 = -8x$

故选 B.(如图)



例5 已知抛物线关于y轴对称,顶点在坐标原点,并且经过点$M(\sqrt{3},-2\sqrt{3})$,求它的标准方程

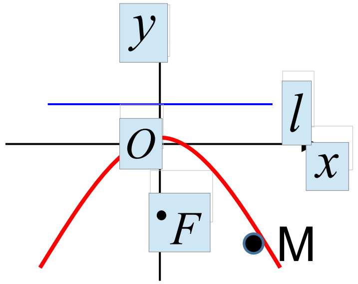
解：因抛物线关于y轴对称,顶点在原点且过点$M(\sqrt{3},-2\sqrt{3})$.

故可设抛物线方程为$x^2=-2Py(P>0)$.

Θ 点M在抛物线上,

$\therefore(\sqrt{3})^2=-2P(-2\sqrt{3}),P=\dfrac{\sqrt{3}}{4}.$

故所求抛物线方程为,$x^2=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}y.$



作业

P53　习题十三　1－13

谢谢观看！