

第九章 直线与圆的方程

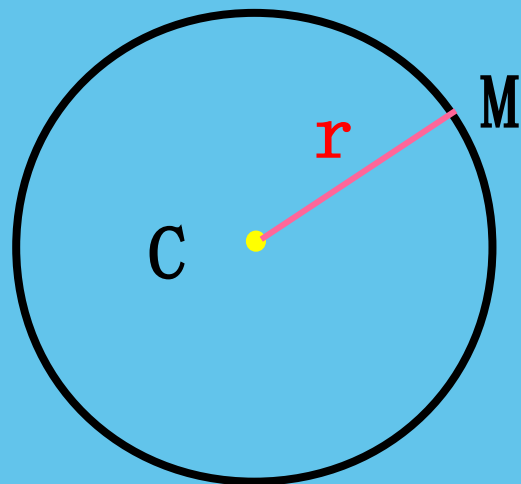
9.4.1 圆的标准方程

授课教师：李辉

泰山护理职业学院



圆的定义 $P = \{M \mid |CM| = r\}$



平面上到一个定点的距离等于定长的点的轨迹叫做圆

·
确定一个圆最基本的要素是 圆心 和 半径 .



1. 圆的标准方程

根据圆的定义怎样求出圆心是 $C(a, b)$, 半径是 r 的圆的方程 ?

建立直角坐标系 , 设 $M(x, y)$ 为圆上任意一点

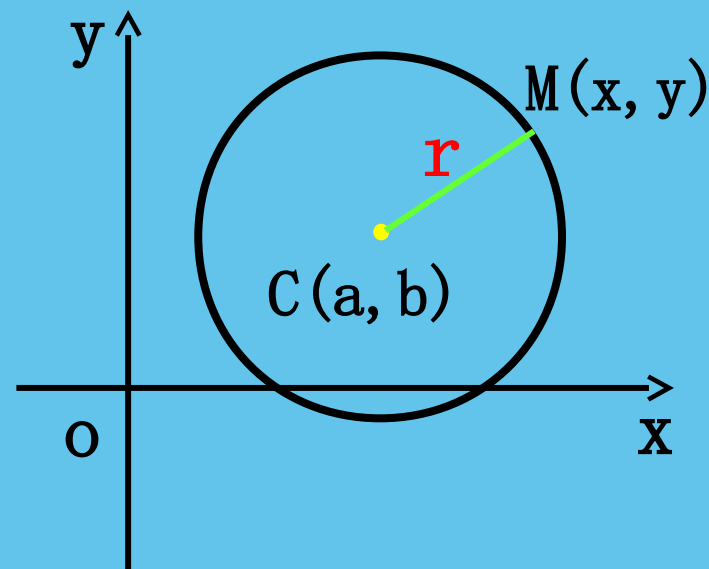
由圆的定义可得 : $|CM| = r$

$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r$$

可化为 :

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

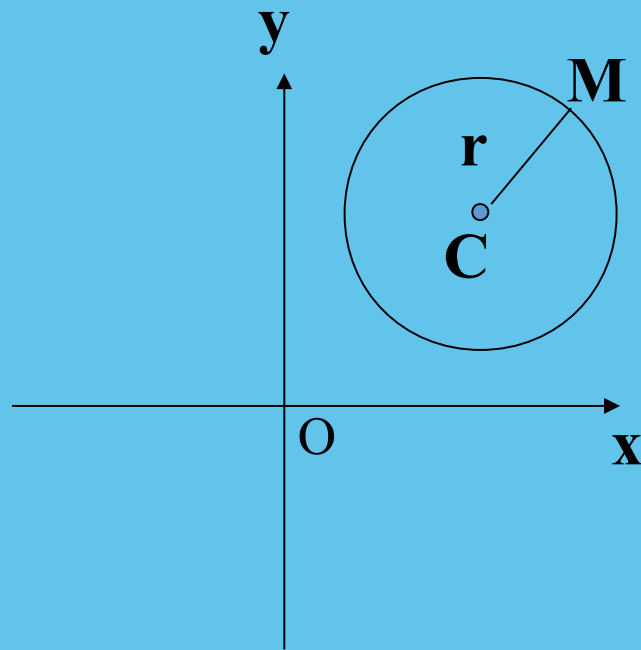
圆的标准方程





圆的标准方程特例

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$



特例：如果圆心在坐标原点，圆的方程为

$$x^2 + y^2 = r^2$$

练习

1. 说出下列圆的圆心坐标和半径

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

(1) $(x-3)^2+(y+2)^2=4$. $(3, -2)$ 2

(2) $(x+4)^2+(y-2)^2=9$. $(-4, 2)$ 3

(3) $x^2+(y+1)^2=16$. $(0, -1)$ 4

练习

2. 写出下列各圆的方程: $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

(1) 圆心在点 C(3, 4), 半径是 $\sqrt{5}$ $(x-3)^2+(y-4)^2=5$

(2) 圆心在原点, 半径为 5

$$x^2+y^2=25$$

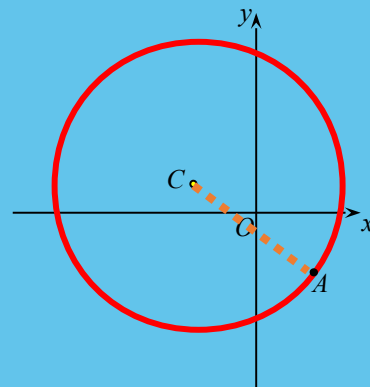


例 1 写出下列各圆的方程

(1) 圆心在点 $C(-2, 1)$ ，并且过点 $A(2, -2)$

解 (1) 所求圆的半径 $r = |CA| = \sqrt{(2+2)^2 + (-2-1)^2} = 5$

又因为圆的圆心坐标为 $(-2, 1)$ ，所以所求圆的标准方程为 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$





例 1 写出下列各圆的方程

(2) 圆心在 $C(1, 3)$, 并且与直线 $3x-4y-6=0$ 相切

解: (2) 因为圆和直线 $3x-4y-6=0$ 相切, 所以半径 r 等

于圆心 C 到直线的距离. 根据点到直线的距离公

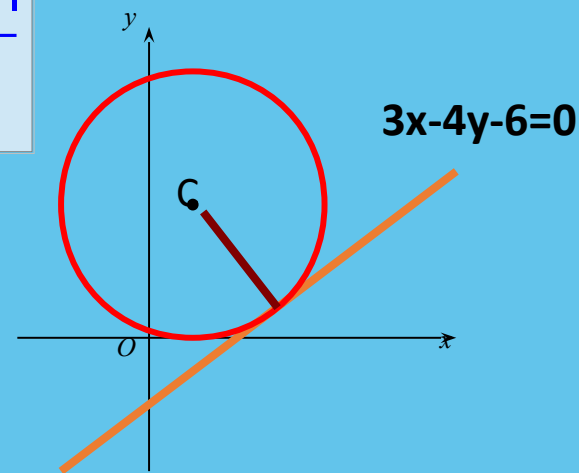
式, 得

$$r = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot 3 - 6|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

圆方程为 $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 9$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$





例 1 写出下列各圆的方程

(3) 经过点 $A(2, 3)$, $B(4, 9)$, 并且以线段 AB 为直径

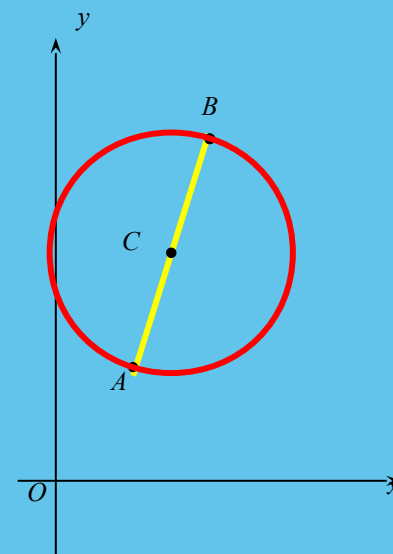
解: (3) 设圆心 C 的坐标为 (a, b) , 则

$$a = \frac{2+4}{2} = 3, b = \frac{3+9}{2} = 6 \quad \text{则圆心 } C(3, 6)$$

$$r = \frac{1}{2} |AB| = \frac{1}{2} \sqrt{(4-2)^2 + (9-3)^2} = \sqrt{10}$$

圆的标准方程为 $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 10$

$$\text{中点 } \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$





圆的标准方程

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \quad (r > 0)$$

圆心

$C(a, b)$

圆的半径 r

特殊情况：圆心在原点时， $a=b=0$ ，圆的方程为

$$x^2 + y^2 = r^2$$

作业

P101 练习 1-6



谢谢观看！