

第七章 三角函数

7.4 三角函数的诱导公式

三角

函数

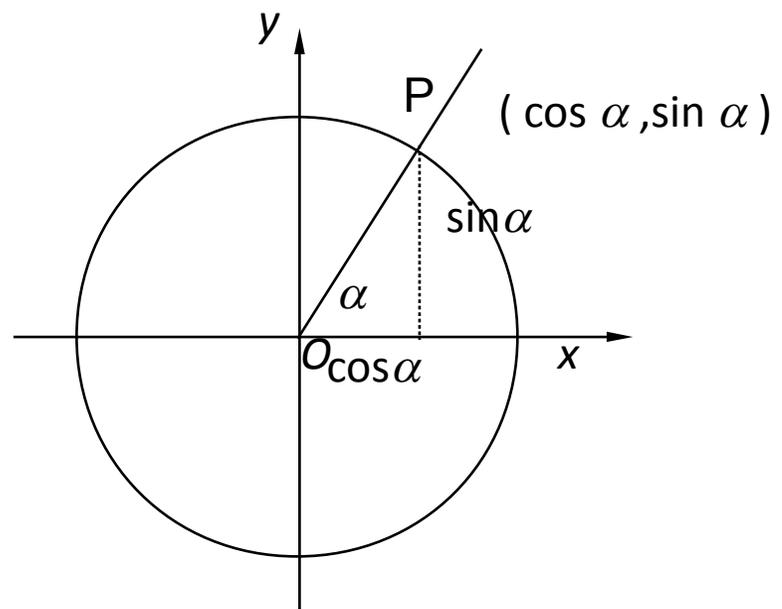
01000100010010011001010111010100101001001010010010010111010100100101101001110110110

授课教师：李辉

泰山护理职业学院



角 α 的终边与单位圆的交点是什么呢？



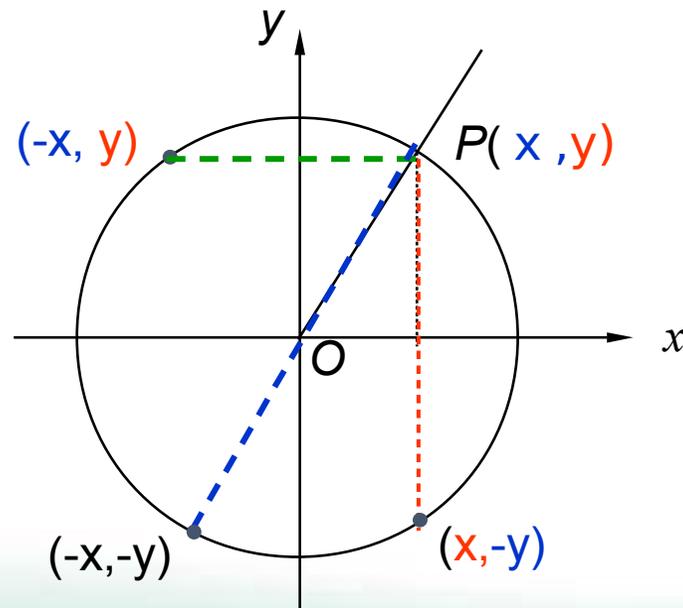


已知任意角 α 的终边与单位圆相交于点 $P(x, y)$. 则

点 P 关于 x 轴的对称点的坐标是 _____ ; $(x, -y)$

关于 y 轴的对称点的坐标是 _____ $(-x, y)$

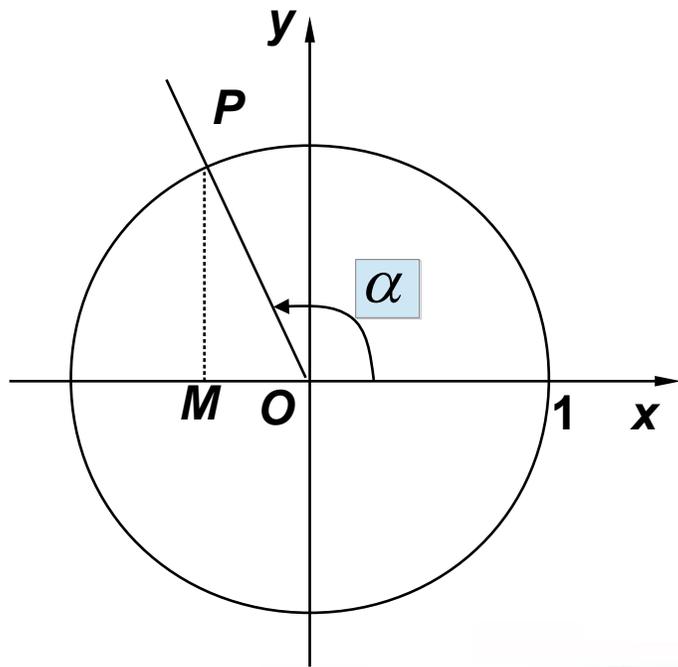
关于原点的对称点的坐标是 _____
_____ $(-x, -y)$



诱导公式

1. 角 α 与 $\alpha + 2k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$) 的三角函数间的关系

角 α 与 $\alpha + 2k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}$) 的终边相同，根据三角函数定义，它们的三角函数值相等。



公式 (一)

$$\sin(2k\pi + \alpha) = \sin \alpha ;$$

$$\cos(2k\pi + \alpha) = \cos \alpha \quad (k \in \mathbf{Z}) ;$$

$$\tan(2k\pi + \alpha) = \tan \alpha .$$

例题讲解

例 求下列各三角函数的值：

$$(1) \sin \frac{13\pi}{2}; \quad (2) \cos \frac{19\pi}{3}; \quad (3) \tan 405^\circ.$$

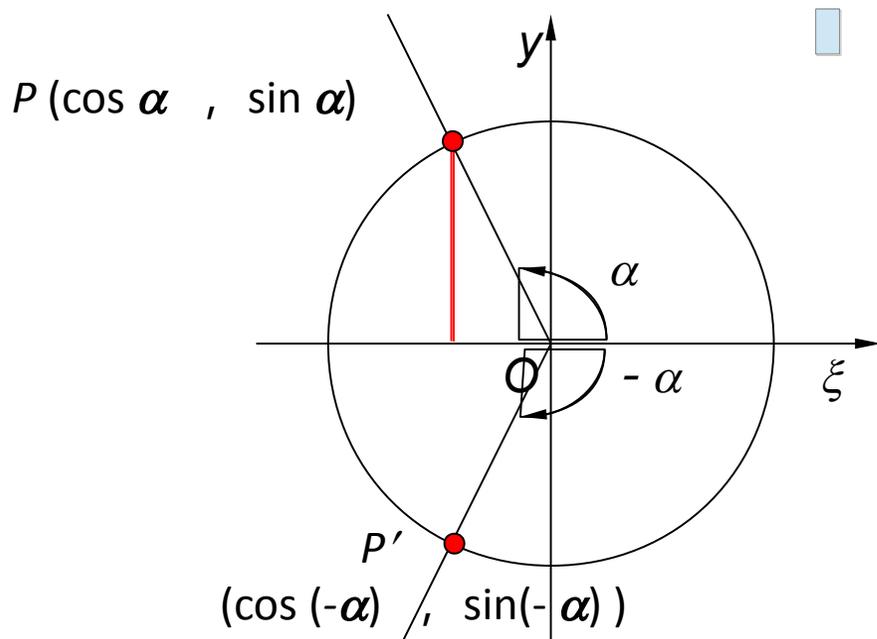
解 (1) $\sin \frac{13\pi}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 6\pi\right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1;$

(2) $\cos \frac{19\pi}{3} = \cos\left(\frac{\pi}{3} + 6\pi\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2};$

(3) $\tan 405^\circ = \tan(45^\circ + 360^\circ) = \tan 45^\circ = 1.$

2. 角 α 与 $-\alpha$ 的三角函数间的关系

探究 1 若 α 与 $-\alpha$ 的终边关于 x 轴对称，
它们的三角函数之间有什么关系？



公式 (二)

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

例题讲解

例 2 求下列各三角函数的值:

$$\textcircled{1} \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\textcircled{2} \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right);$$

$$\textcircled{3} \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right);$$

$$\textcircled{4} \sin\left(-\frac{7\pi}{3}\right).$$

公式 (二)

解

$$\textcircled{1} \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2};$$

$$\textcircled{2} \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\textcircled{3} \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\tan\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3};$$

$$\textcircled{4} \sin\left(-\frac{7\pi}{3}\right) = -\sin\frac{7\pi}{3} = -\sin\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi\right) = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

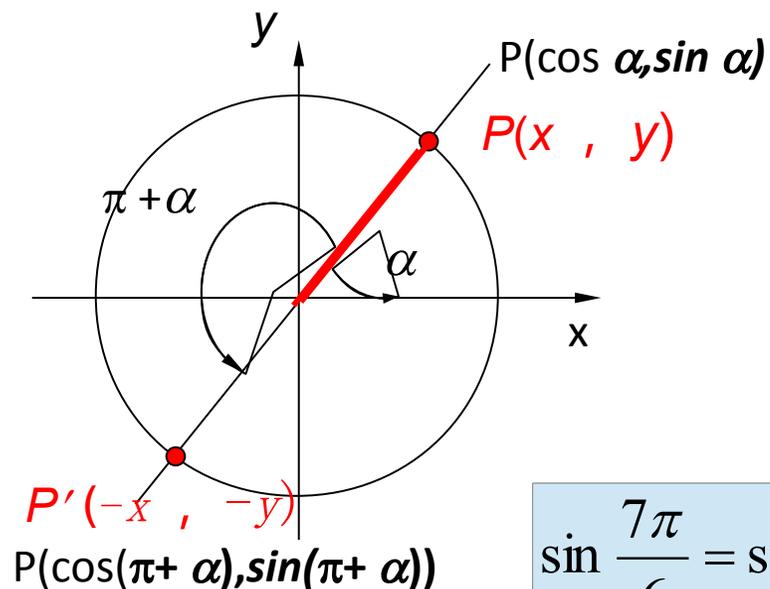
$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$$

3. 角 α 与 $\pi + \alpha$ 的三角函数间的关系

若 α 与 $\pi + \alpha$ 的终边关于原点对称，
它们的三角函数之间有什么关系？

公式 (三)



$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\sin \frac{7\pi}{6} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos 225^\circ = \cos(180^\circ + 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

小结

诱导公式

公式 1

$$\begin{aligned}\sin(\alpha + k \cdot 2\pi) &= \sin \alpha \\ \cos(\alpha + k \cdot 2\pi) &= \cos \alpha \\ \tan(\alpha + k \cdot 2\pi) &= \tan \alpha\end{aligned}$$

公式 2

$$\begin{aligned}\sin(-\alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos(-\alpha) &= \cos \alpha \\ \tan(-\alpha) &= -\tan \alpha\end{aligned}$$

公式 3

$$\begin{aligned}\sin(\pi + \alpha) &= -\sin \alpha \\ \cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha \\ \tan(\pi + \alpha) &= \tan \alpha\end{aligned}$$

作业

P27 练习 7-8 1 - 2

谢谢观看！