

第四章 指数函数与对数函数

4.6 指数函数与对数函数的应用

授课教师：李辉

泰山护理职业学院



数学来自生活，又应用于生活和生产实践。而实际问题中又蕴涵着丰富的数学知识，数学思想与方法。如刚刚学过的指数、对数函数内容在实际生活中就有着广泛的应用。

今天我们就一起来探讨几个应用问题 。

例 1 2000 年我国人口总数是 13 亿，如果人口的自然年增长率控制在 1%，那么 20 年后我国人口总数将达到多少亿？（精确到 1 亿）

解 设 经过 x 年后，我国人口总数为 y 亿，由题意，得

经过 1 年（即 2001 年），人口数为 $13+13\times 1\%=13(1+1\%)$

经过 2 年（即 2002 年），人口数为

$$13(1+1\%)$$

所以经过 x 年，人口数为 $y=13(1+1\%)^x=13\times 1.01^x$

当 $x=20$ 时， $y\approx 13\times 1.01^{20}\approx 16$ （亿）

即 20 年后，我国人口总数将达到 16 亿.

例 2 一种放射性元素最初的质量为 500g，按每年 10% 衰减：

- (1) 求 t 年后，这种放射性元素 w 的表达式
- (2) 由求出的函数表达式，求这种放射性元素的半衰期（精确到 0.1）。

解：(1) 最初的质量为 500g，经过 1 年后，

$$W=500(1-10\%)=500 \times 0.9$$

$$\text{经过 2 年后， } W=500(1-10\%)^2=500 \times 0.9^2$$

$$\text{由此推知，经过 } t \text{ 年后， } W=500 \times 0.9^t$$

质量减
半经过
的时间

(2) 解方程 $500 \times 0.9^t = 250$ ，即 $0.9^t = 0.5$ ，可得

$$t = \log_{0.9} 0.5 = \frac{\lg 0.5}{\lg 0.9} \approx 6.6$$

即这种放射性元素的半衰期约为 6.6 年。

练习

某种放射性物质不断变化为其他物质，每经过 1 年剩留的这种物质是原来的 84%。画出这种物质的剩留量随时间变化的图像，并从图像上求出经过多少年，剩留量是原来的一半（结果保留一个有效数字）。

解：设这种最初的质量是 1，经过 x 年，剩留量是 y

经过 1 年，剩留量 $y=1 \times 84\%=0.84$ ；

经过 2 年，剩留量

$$y=1 \times 0.84 \times 0.84=0.84^2$$

.....

一般地，经过 x 年，剩留量 $y=0.84^x$



画出函数 $y=0.84^x$ 图像从图上看 $y=0.5$ 只需 $x \approx 4$.

答：约经过 4 年，剩留量是原来的一半。



解决实际问题的步骤：

实际问题（读懂问题、抽象概括）

- 建立数学模型（演算、推理）
- 数学模型的解（还原说明）
- 实际问题的解



谢谢观看！

