

第四章 指数函数与对数函数

4.4 对数函数

授课教师：李辉

泰山护理职业学院



某种细胞分裂时，得到的细胞的个数 y 是分裂次数 x 的函数，这个函数可以用指数函数 $y = 2^x$ 表示。

这种细胞经过多少次分裂，大约可以得到 1 万个，10 万个……细胞？

分裂次数 x 就是要得到的细胞个数 y 的函数。这个函数写成对数的形式是 $x = \log_2 y$ 。

如果用 x 表示自变量， y 表示函数

,

这个函数就是 $y = \log_2 x$ 。

这个函数叫对数函数



1、对数函数的定义

一般地，函数

$$y = \log_a x \quad (a > 0, a \neq 1)$$

叫做对数函数.

其中 x 是自变量，定义域是 $(0, +\infty)$.

想一想：

1. 为什么规定 $a > 0$ ，且 $a \neq 1$ ？
2. 为什么函数的定义域是 $(0, +\infty)$ ？

2、函数的图象

作函数 $y = \log_2 x$ 和 $\log_{\frac{1}{2}} x$ 的图象.

(1) 作函数 $y = \log_2 x$ 的图象.

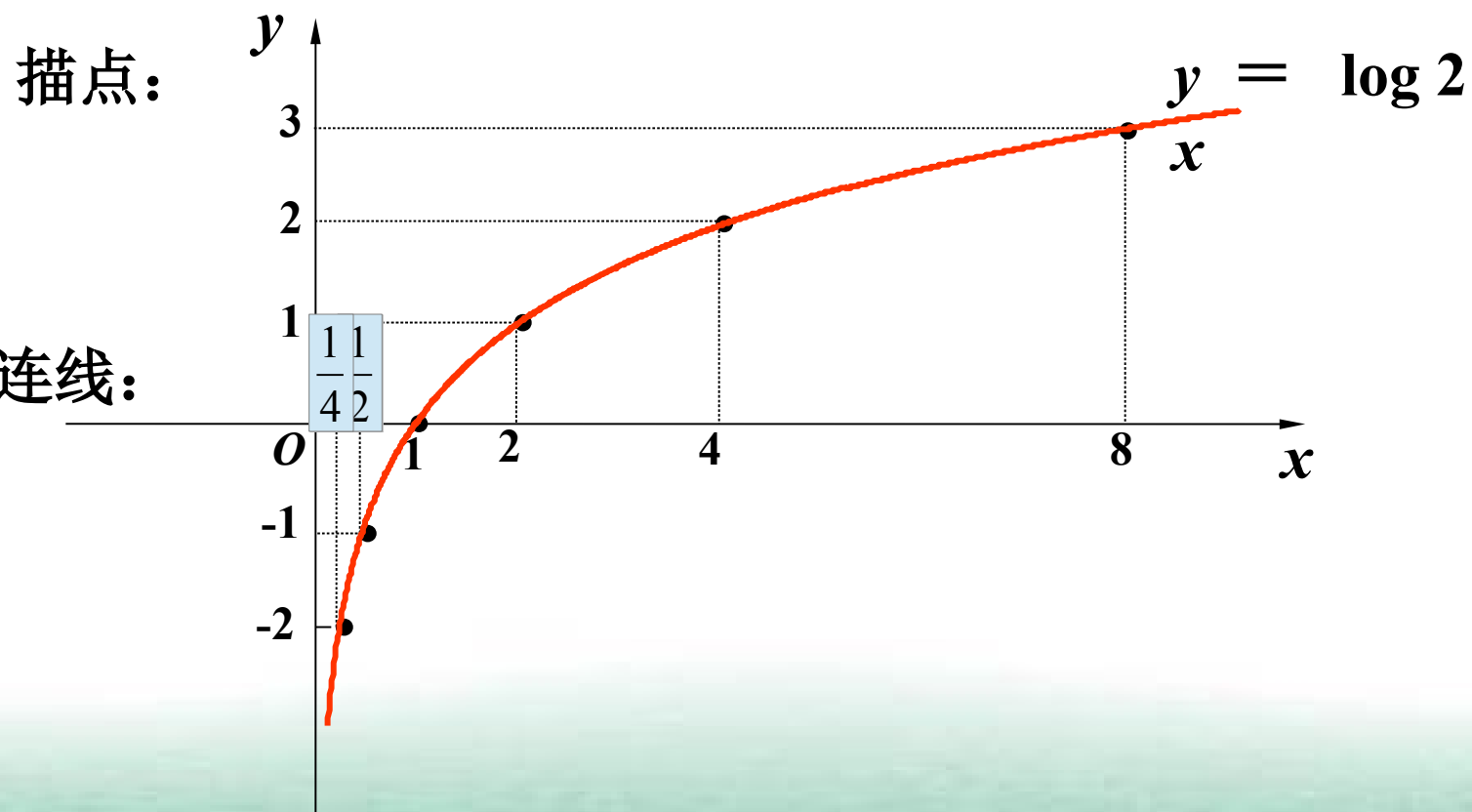
列表:

x	...	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	...
$\log_2 x$...	-2	-1	0	1	2	3	...


 课 堂 探 究

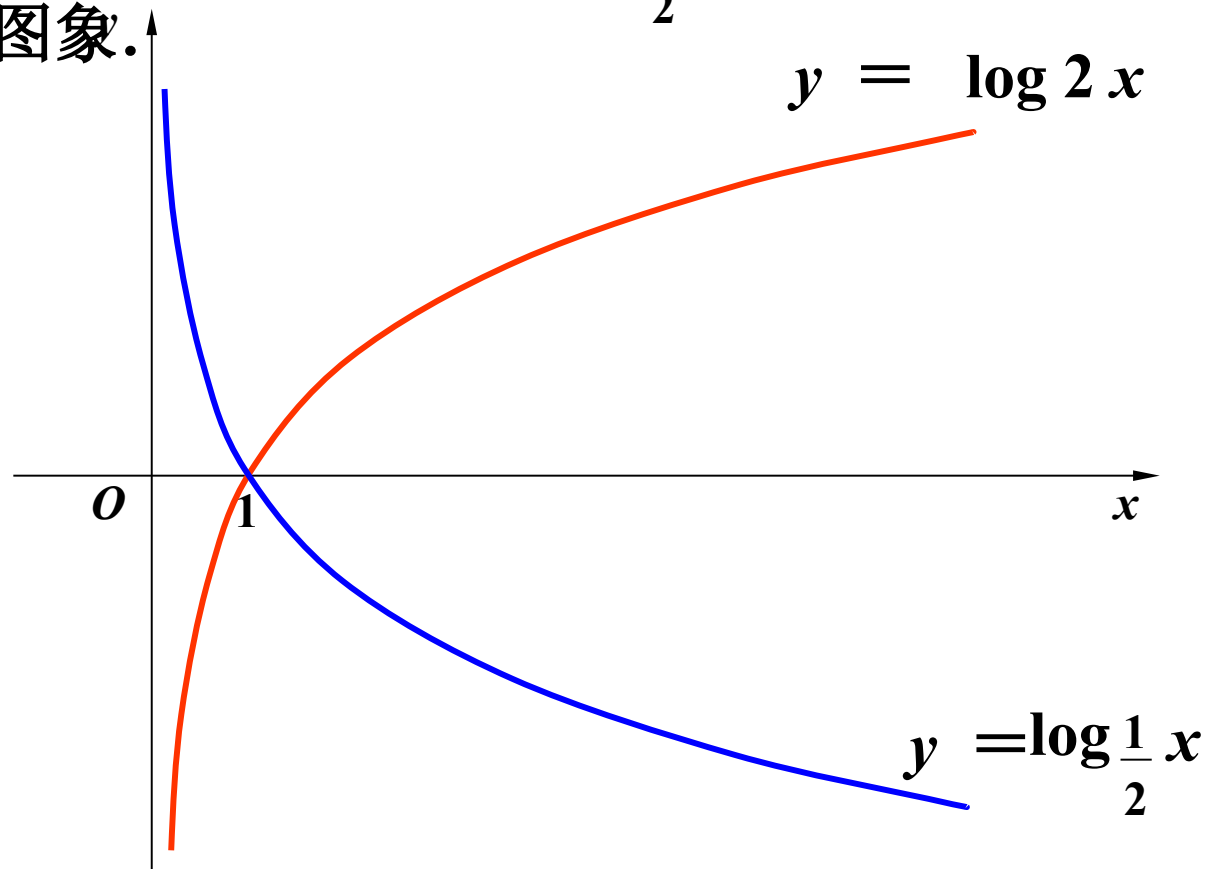
列表:

x	\dots	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	\dots
$\log_2 x$	\dots	-2	-1	0	1	2	3	\dots



课堂探究

(2) 同理画函数 $y = \log \frac{1}{2} x$ 的图象.



$y = \log_a x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 与 $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的图像关于 x 轴对称。

3、对数函数 $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) 的性质

	$a > 1$	$0 < a < 1$
图 象		
定义域	$(0, +\infty)$	
值域	\mathbb{R}	
定点	$(1, 0)$	
单调性	增函数	减函数

例题

例 1 求下列函数的定义域 ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) :

$$(1) y = \log_2 x^2 ; \quad (2) y$$

$$= \log_{0.5} (4 - x) .$$

解 (1) 要使函数有意义, 必须 $x^2 > 0$, 即 $x \neq 0$,

所以函数 $y = \log_2 x^2$ 的定义域是 $\{x | x \neq 0\}$;

(2) 要使函数有意义, 必须 $4 - x > 0$, 即 $x < 4$,

练习

求下列函数的定义域：

(1) $y = \log_5(1-x)$

(2) $y = \frac{1}{\log_2 x}$

(3) $y = \log_7 \frac{1}{1-3x}$

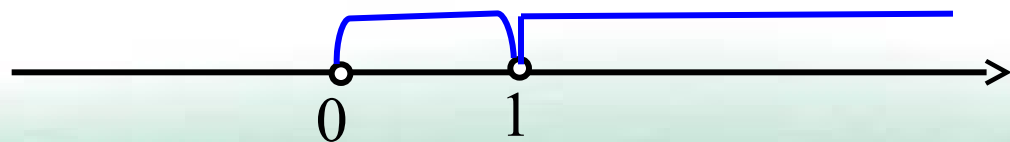
(4) $y = \sqrt{\log_3 x}$

解：(1) 因为 $1-x > 0$ ，即 $x < 1$ ，

所以函数 $y = \log_5(1-x)$ 的定义域为 $\{x \mid x < 1\}$

(2) 因为 $x > 0$ 且 $\log_2 x \neq 0$ 即 $x \neq 1$

所以函数 $y = \frac{1}{\log_2 x}$ 的定义域为 $\{x \mid x > 0 \text{ 且 } x \neq 1\}$



练习

求下列函数的定义域：

$$(1) y = \log_5(1-x)$$

$$(2) y = \frac{1}{\log_2 x}$$

$$(3) y = \log_7 \frac{1}{1-3x}$$

$$(4) y = \sqrt{\log_3 x}$$

解(3) 因为 $\frac{1}{1-3x} > 0$ ，即 $x < \frac{1}{3}$

所以函数 $y = \log_7 \frac{1}{1-3x}$ 的定义域为 $\{x \mid x < \frac{1}{3}\}$

(4) 因为 $x > 0$ 且 $\log_3 x \geq 0$ 即 $\log_3 x \geq \log_3 1$ ，所以 $x \geq 1$

所以函数 $y = \sqrt{\log_3 x}$ 的定义域为 $\{x \mid x \geq 1\}$

例题讲解

例 2 比较下列各组中两个值 的大小:

(1) $\log_2 3$ 与 $\log_2 3.5$; (2) $\log_{0.7} 1.6$ 与 $\log_{0.7} 1.8$.

解 (1) 考察函数 $y = \log_2 x$,

$a=2>1$

它在 $(0, +\infty)$ 上是增函

数,

(2) 因为 $3 < 3.5$,
同学们根据第一小题的思路和方法,
所以 $\log_2 3 < \log_2 3.5$
做第二小题, 看谁做得又快又对.

例题讲解

例 2 比较下列各组中两个值 的大小:

(1) $\log_2 3$ 与 $\log_2 3.5$; (2) $\log_{0.7} 1.6$ 与 \log

0.7 1.8 考察函数 $y = \log_{0.7} x$,

$\because a = 0.7 < 1$,

$\therefore y = \log_{0.7} x$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数

;

$\because 1.6 < 1.8$

$\therefore \log_{0.7} 1.6 > \log_{0.7} 1.8$

归纳总结

小结

比较两个同底对数值的大小时：

- 1 . 观察底数是大于 1 还是小于 1 ($a > 1$ 时为增函数
 $0 < a < 1$ 时为减函数)
- 2 . 比较真数值的大小；
- 3 . 根据单调性得出结果。

你能口答吗？

变一变还能口答吗？

$$\log_{10} 6$$

$$\log_{10} 8$$

$$\log_{0.5} 6$$

$$\log_{0.5} 4$$

$$\log_{\frac{2}{3}} 0.5$$

$$\log_{\frac{2}{3}} 0.6$$

$$\log_{1.5} 1.6$$

$$\log_{1.5} 1.4$$

$$\log_{10} m$$

$$\log_{10} n$$

$$\log_{0.5} m$$

$$\log_{0.5} n$$

$$\log_{\frac{2}{3}} m$$

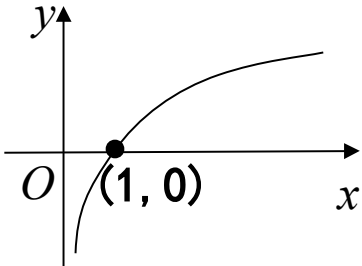
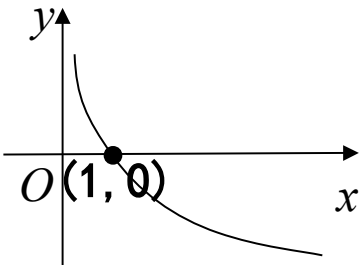
$$\log_{\frac{2}{3}} n$$

$$\log_{1.5} m$$

$$\log_{1.5} n$$

课堂小结

1. 对数函数 $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) 的图象与性质

	$a > 1$	$0 < a < 1$
图象		
定义域	$(0, +\infty)$	
值域	\mathbb{R}	
定点	$(1, 0)$	
单调性	增函数	减函数



谢谢观看！

