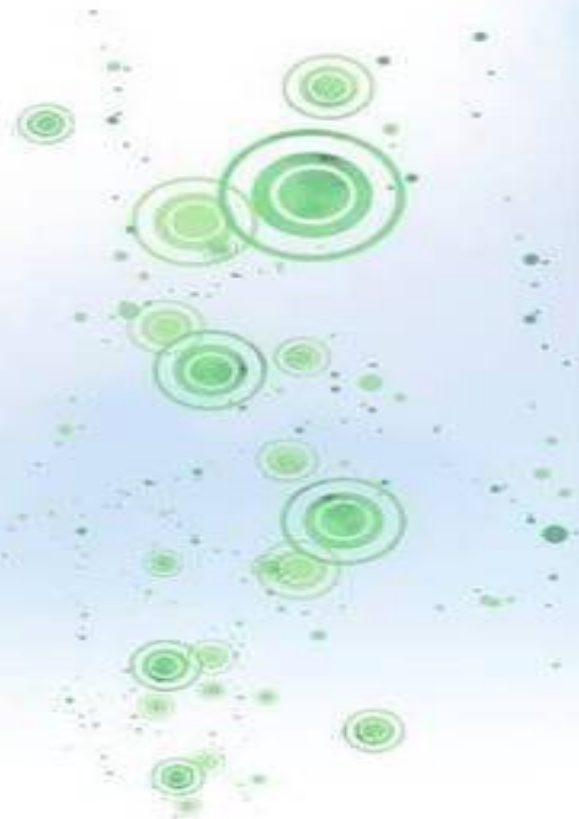
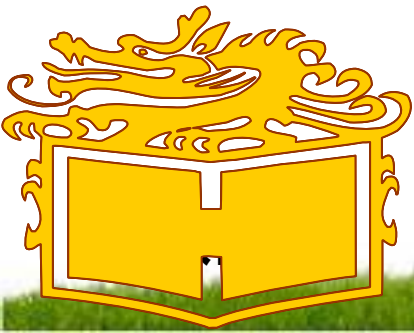


第一章 集合

1.4 充要条件

授课教师：李辉

泰山护理职业学院



创设情景 兴趣导入

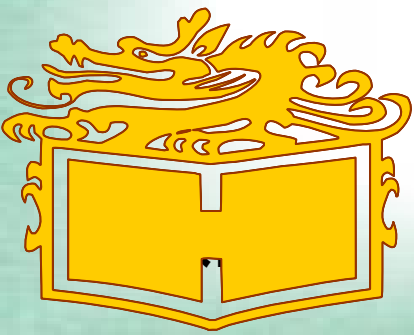
问题 设 $p: x=1$; $q: x^2-1=0$. 由条件 p 成立能推出结论 q 成立吗?

$$p \Rightarrow q, p \neq q$$

P 能推出 q

P 是 q 的充分条件

q 是 p 的必要条件



新课探究

即 如果 p , 则 q (真) ;

$$p \Rightarrow q ;$$

p 是 q 的充分条件;

q 是 p 的必要条件.

这四句话表达的是同一逻辑关系 .

例题

例如 (1) “如果 $x = y$ ，则 $x^2 = y^2$ ” 是正确的，

这个命题
解 还可以表述为

还可表述为哪几种形式?
(1) $x = y \Rightarrow x^2 = y^2$;

(2) $x = y$ 是 $x^2 = y^2$ 的充分条件;

(3) $x^2 = y^2$ 是 $x = y$ 的必要条件.

判断: $a=0$ 是 $a^2=0$ 的什么条件?

$a=0 \Rightarrow a^2=0$ $a=0$ 是 $a^2=0$ 的充分条件

$a=0 \Leftarrow a^2=0$ $a=0$ 是 $a^2=0$ 的必要条件

$a=0$ 既是 $a^2=0$ 的充分条件又是必要条件

$a=0$ 是 $a^2=0$ 的充要条件

新课探究

一般地，如果 p 是 q 的充分条件（ $p \Rightarrow q$ ）， p 是 q 的必要条件（ $p \Leftarrow q$ ），则称 p 是 q 的充分必要条件，简称充要条件。

记作 $p \Leftrightarrow q$ 。

显然，如果 p 是 q 的充要条件，
那么 q 也是 p 的充要条件。
 p 与 q 等价。

例 1 判断 p 与 q 的关系

(1) $p: x > 3$, $q: x > 5$

(2) $p: x = y$, $q: x^2 = y^2$

(3) $p: x$ 是矩形, $q: x$ 是有一个角为直角的平行四边形

(3) x 是矩形 $\Rightarrow x$ 是有一个角为直角的平行四边形

x 是矩形 $\Leftarrow x$ 是有一个角为直角的平行四边形

(1) P 是 q 的必要条件, q 是 p 的充分条件

(2) P 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件

(3) P 是 q 的充要条件

练习

练习 1

用“充分条件”“必要条件”“充要条件”填空：

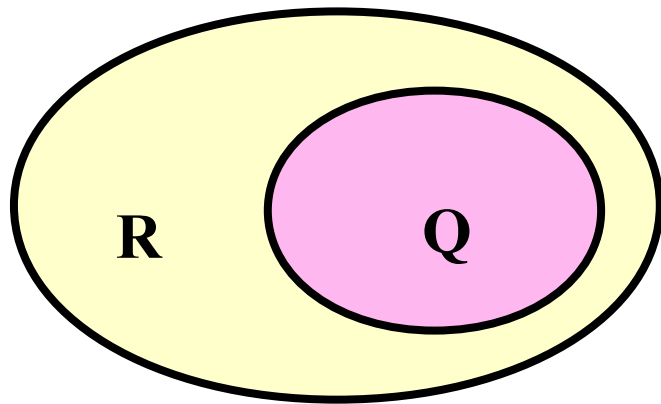
(1) p : x 是整数是 q : x 是有理数的 充分条件
充分条件
_____;

(2) p : $x = 3$ 是 q : $x^2 = 9$ 的 充要条件
必要条件
_____;

(3) p : 同位角相等是 q : 两直线平行的_____

2. 子集与推出的关系

集合 $Q = \{ x | x \text{ 是有理数} \}$, $R = \{ x | x \text{ 是实数} \}$.



Q 是 R 的子集, 即 $Q \subseteq R$;

即 x 是有理数 $\Rightarrow x$ 是实数.

这说明 $Q \subseteq R$ 与

“ x 是有理数 $\Rightarrow x$ 是实数” 是等价的

新课

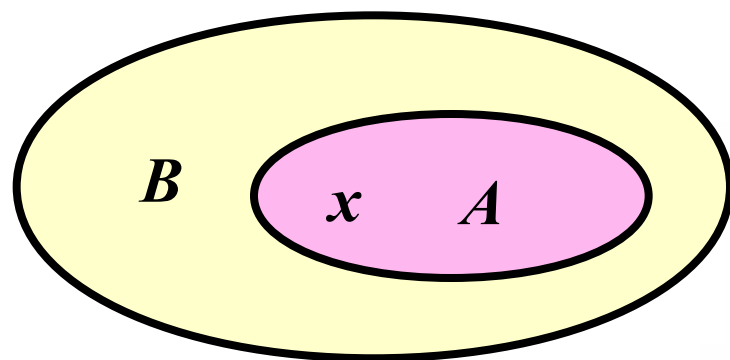
一般的，集合 $A = \{ x \mid p(x) \}$ ， $B = \{ x \mid q(x) \}$ ，

那么 $\downarrow A \subseteq B \downarrow$ 与

$p \Rightarrow q$ 等价

$A = B$ 与

$\downarrow p \Leftrightarrow q \downarrow$ 等价



例题

例 2 判断下列集合 A 与 B 的关系.

(1) $A = \{x | x \text{ 是 } 12 \text{ 的约数}\}$, $B = \{x | x \text{ 是 } 36 \text{ 的约数}\}$;

(2) $A = \{x | x > 3\}$, $B = \{x | x > 5\}$;

(3) $A = \{x | x \text{ 是矩形}\}$,

解 (1) 因为 x 是 12 的约数 $\Rightarrow x$ 是 36 的约数
 $B \subseteq A$ $\{x | x \text{ 是有一个角为直角的平行四边形}\}$;

,

所以 $A \subseteq B$;

(2) 因为 $x > 5 \Rightarrow x > 3$,

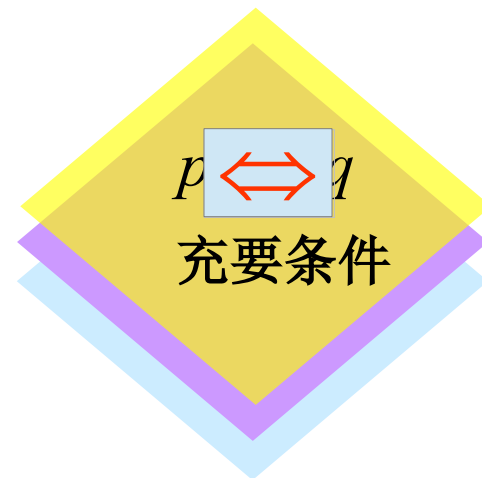
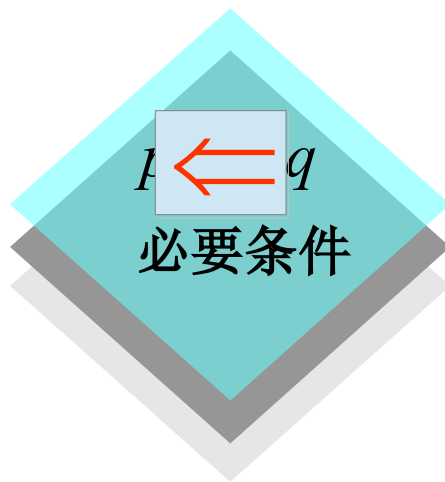
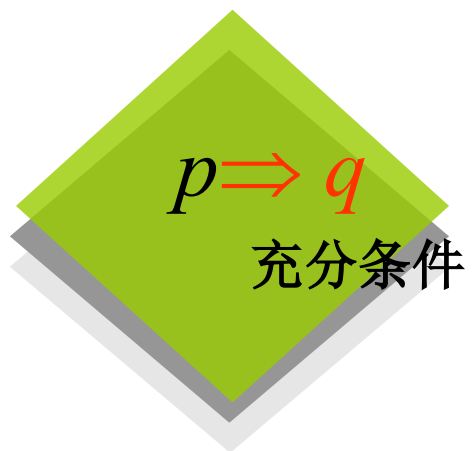
所以 $B \subseteq A$;

(3) 因为 $x \text{ 是矩形} \Leftrightarrow x \text{ 是有一个角为直角的平行四边形}$,

所以 $A = B$.



课堂小结





子集与推出的关系

我们可以通过判断两个集合之间的关系来判断它们的特征性质之间的关系.

设 $A = \{ x \mid p \}$, $B = \{ x \mid q \}$.

若 $p \Rightarrow q$ 与 $A \subseteq B$ 等价.

若 $p \Leftrightarrow q$ 与 $A = B$ 等价.



谢谢观看！

