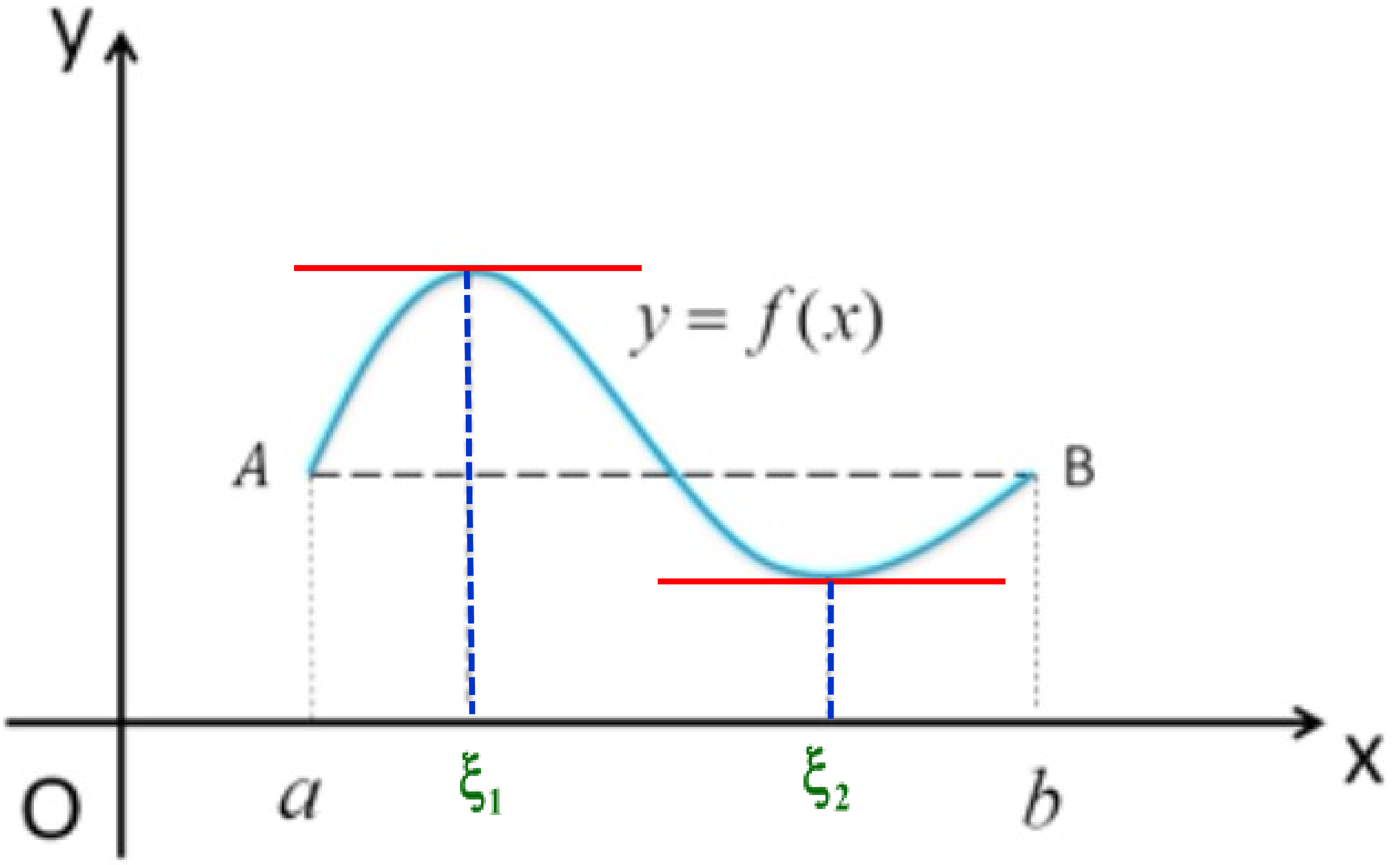
19-1　罗尔中值定理

泰山护理职业学院

李辉

一、引例



二、Rolle定理

罗尔（ Rolle ）定理

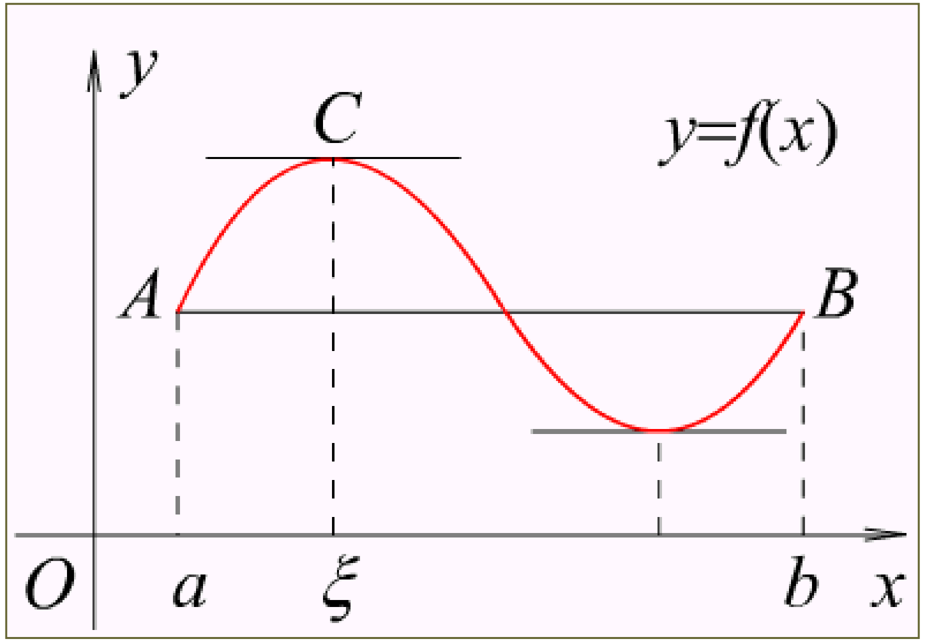
$y=f(x)$ 满足：

(1) 在区间 $[a,b]$ 上连续

(2) 在区间 (a,b) 内可导

(3) $f(a)=f(b)$

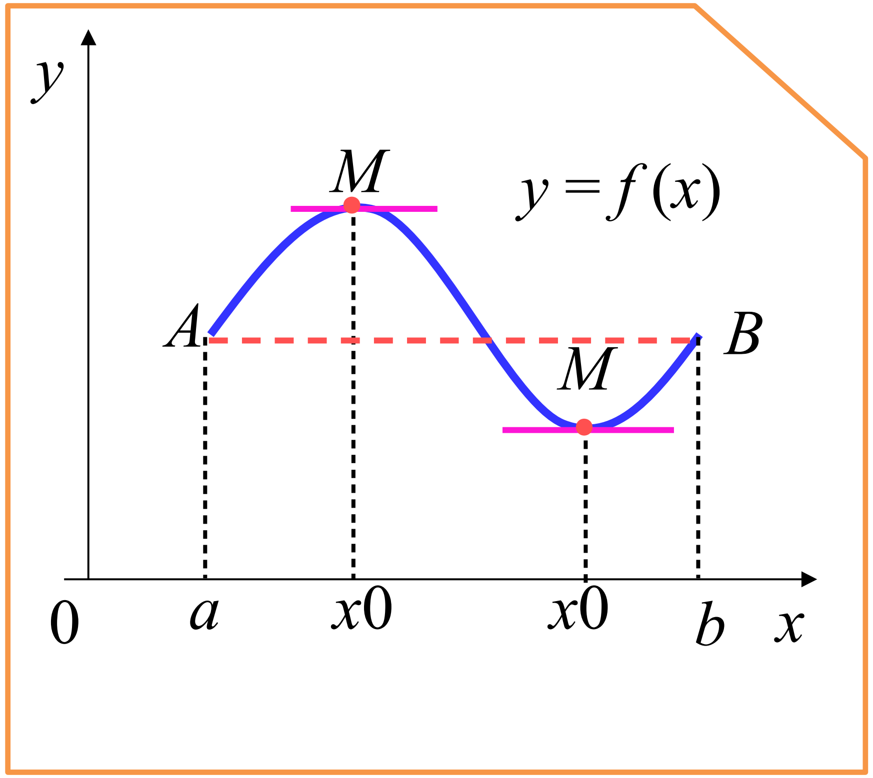
在 (a,b) 内至少存在一点 ξ，使 $f'(\xi)=0.$



三、罗尔定理的几何意义

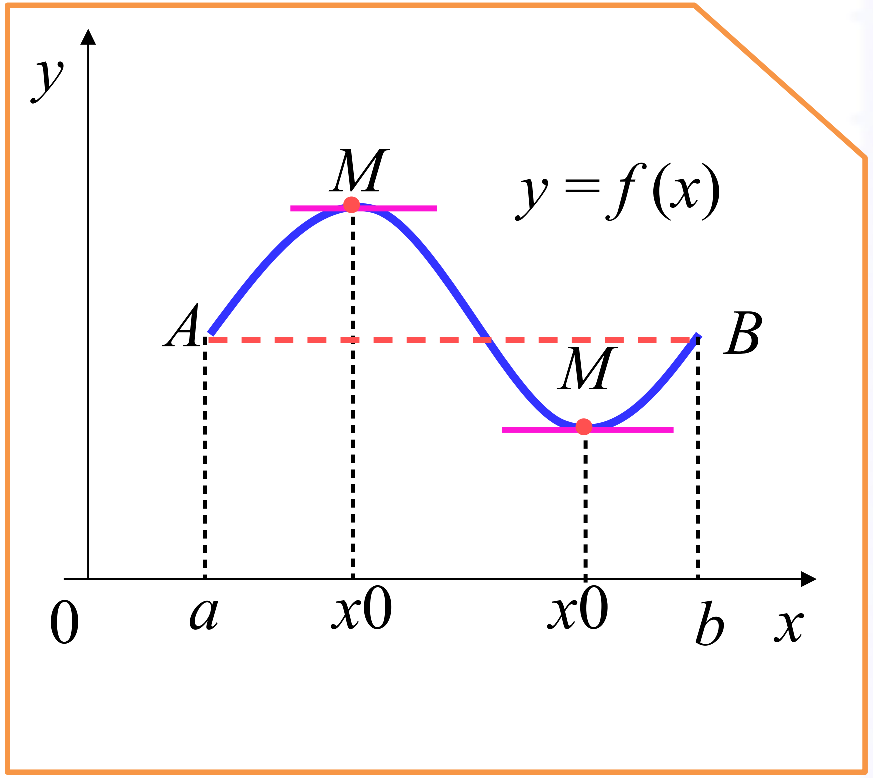
几何意义：如图

若连续曲线 $y=f(x)$ 除端点外处处有不垂直于 x 轴的切线．且两端点的纵坐标相等．则在曲线上至少存在一点 M. 在 M 点的切线平行于 x 轴也就是平行于弦 AB.



三、罗尔定理的几何意义

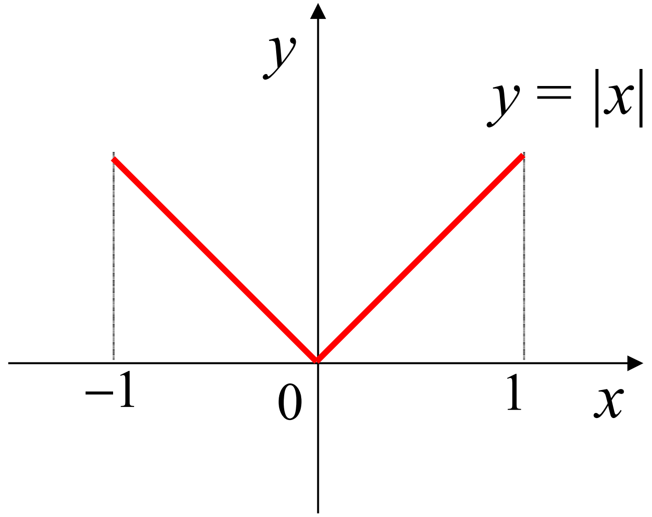
从方程的角度看，$f'(\xi)=0$ 表示ξ是方程 $f'(x)=0$ 的根．因此，罗尔定理的意义是：若 $f(x)$ 满足定理条件，则方程 $f'(x)=0$ 在 (a, b) 内至少有一个根．



四、罗尔定理的条件

定理的条件 "$f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，在 (a, b) 内可导，$f(a)=f(b)$" 不能减弱．否则，结论不对．

比如，$f(x)=|x|$ 在 $[-1, 1]$ 上连续．在除 $x=0$ 外的每一点 x 处都可导．且 $f(-1)=f(1)$，但是，不存在$\xi\in(-1, 1)$，使得 $f'(\xi)=0$.



五、例题

例1 验证函数 $f(x)=x^3+4x^2-7x-10$ 在区间 $[-1,2]$ 上罗尔定理成立.

解：因为函数$f(x)$为初等函数，所以在$[-1,2]$上$\boxed{\text{连续；}}$

又$f'(x)=3x^2+8x-7$在$(-1,2)$内处处存在，即

$f(x)$在$(-1,2)$内$\boxed{\text{可导；}}$ $\boxed{f(-1)=0=f(2)}$;

所以函数$f(x)$在$[-1,2]$上满足罗尔定理的条件，

五、例题

由罗尔定理：至少存在$\xi \in (-1,2)$使得$f'(\xi)=0$.

$f'(x)=3x^2+8x-7=0$ 在 $(-1,2)$ 有解 $x=\dfrac{-4+\sqrt{37}}{3}$,

所以取$\xi=\dfrac{-4+\sqrt{37}}{3}$ 即得$f'(\xi)=0$.

因此函数$f(x)=x^3+4x^2-7x-10$ 在区间$[-1,2]$ 上罗尔定 理成立.

六、课堂练习

验证函数 $f(x)=x^2$ 在区间 $[-1,1]$ 上罗尔定理成立.

解：因为函数 $f(x)$ 为初等函数，所以在 $[-1,1]$ 上连续；

又 $f'(x)=2x$ 在 $(-1,1)$ 内处处存在，即

$f(x)$ 在 $(-1,1)$ 内可导；

$f(-1)=1=f(1)$；

所以函数 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上满足罗尔定理的条件，

六、课堂练习

由罗尔定理：至少存在 $\xi \in (-1,1)$ 使得 $f'(\xi)=0$.

$f'(x)=2x=0$在 $(-1,1)$ 有解 $x=0$,

所以取 $\xi=0$ 即得$f'(\xi)=0$.

因此函数$f(x)=x^2$ 在区间 $[-1,1]$ 上罗尔定理成立.

课堂小结

1 Rolle定理的条件和结论

2 Rolle定理的几何意义

谢谢观**看**！