14.2 隐函数的导数—对数求导法则

泰山护理职业学院

张莉

情境导入

观察下面两个函数，想想应该怎么去求导？

观察下面两个函数，想想应该怎么去求导？

（1）（2）

（1）$y=\dfrac{(x+1)\sqrt[3]{x-1}}{(x+4)^2e^x}$　　（2）$y=x^{\sin x}$

课堂探究

对数求导法：先在方程两边取对数，然后利用隐函数的求导方法求出导数。

目　　的：是利用对数的性质简化求导运算。

适 用 范 围：多个函数相乘、乘方、开方和幂指数$u(x)^{v(x)}$的情形。

对数求导法：先在方程两边取对数，然后利用隐函数的求导方法求出导数。
目　　的：是利用对数的性质简化求导运算。
适 用 范 围：多个函数相乘、乘方、开方和幂指数的情形。

例1 设
例1 设$y=\dfrac{(x+1)\sqrt[3]{x-1}}{(x+4)^2e^x}$，求$y'$.

解 等式两边取对数得

$$\ln y=\ln(x+1)+\frac{1}{3}\ln(x-1)-2\ln(x+4)-x$$

上式两边对 x求导得

$$\frac{y'}{y}=\frac{1}{x+1}+\frac{1}{3(x-1)}-\frac{2}{x+4}-1$$

$$\therefore\ y'=\frac{(x+1)\sqrt[3]{x-1}}{(x+4)^2e^x}\left[\frac{1}{x+1}+\frac{1}{3(x-1)}-\frac{2}{x+4}-1\right]$$

例2 设 $y = x^{\sin x}$, 求 y'.

解 等式两边取对数得 $\ln y = \sin x \cdot \ln x$

上式两边对 x 求导得

$$\frac{1}{y} y' = \cos x \cdot \ln x + \sin x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\therefore\ y' = y\left(\cos x \cdot \ln x + \sin x \cdot \frac{1}{x}\right)$$

$$= x^{\sin x}\left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x}\right)$$

练　习

已知函数

已知函数$y=\sqrt[3]{\frac{(x-1)(x+2)}{(x-3)(x+4)}}$，求$y'$.

解：两边取对数，得

解：两边取对数，得

两边对求导，得

$$\ln y=\frac{1}{3}[\ln(x-1)+\ln(x+2)-\ln(x-3)-\ln(x+4)]$$

两边对x求导，得

所以

$$\frac{1}{y}y'=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x+4}\right)$$

所以

$$y'=\frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{(x-1)(x+2)}{(x-3)(x+4)}}\left(\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x+4}\right)$$

课堂小结

本节课重点需要掌握对数的求导法则并能够熟练应用。在求导过程中，注意与求导的四则运算法则和复合函数求导法则有机结合，注意解题过程中符号的变化。

谢谢观**看！**