

14.3 隐函数的导数—对数求导法则应用

泰山护理职业学院

张莉



对数求导法

- (1) 在方程两边取对数**
- (2) 利用隐函数的求导方法求出导数。**



一般地, $f(x) = u(x)^{v(x)}$ ($u(x) > 0$)

$$\therefore \ln f(x) = v(x) \cdot \ln u(x)$$

又

$$\therefore \frac{d}{dx} \ln f(x) = \frac{1}{f(x)} \cdot \frac{d}{dx} f(x)$$

$$\therefore f'(x) = f(x) \cdot \frac{d}{dx} \ln f(x)$$

$$\therefore f'(x) = u(x)^{v(x)} \left[v'(x) \cdot \ln u(x) + \frac{v(x)u'(x)}{u(x)} \right]$$

例 设 $x^y = y^x$, 求 $\frac{dy}{dx}$

解 两边取对数得

$y \ln x = x \ln y$ 两边对 x 求导得

$$y' \ln x + y \cdot \frac{1}{x} = \ln y + x \cdot \frac{1}{y} \cdot y'$$

$$\Rightarrow y' = \frac{xy \ln y - y^2}{xy \ln x - x^2}$$

练习

已知函数 $y = (\tan x)^{\sin x}$, 求 y' .

解：两边取对数，得

$$\ln y = \sin x \cdot \ln \tan x$$

上式两边对 x 求导，得

$$\frac{1}{y} y' = \cos x \ln \tan x + \sin x \frac{1}{\tan x} \sec^2 x$$

$$\begin{aligned} \therefore y' &= y(\cos x \ln \tan x + \sec x) \\ &= (\tan x)^{\sin x} (\cos x \ln \tan x + \sec x) \end{aligned}$$



对数求导法可用来求幂指函数和多个因子连乘积函数、开方及其它适用于对数化简的函数的求导。在求导过程中，注意与求导的四则运算法则、初等函数和复合函数求导法则有机结合，注意解题过程中符号的变化。

谢谢观看！