

10.3 系

直线与平面的位置关

平行关系

授课教师：李辉

泰山护理职业学院

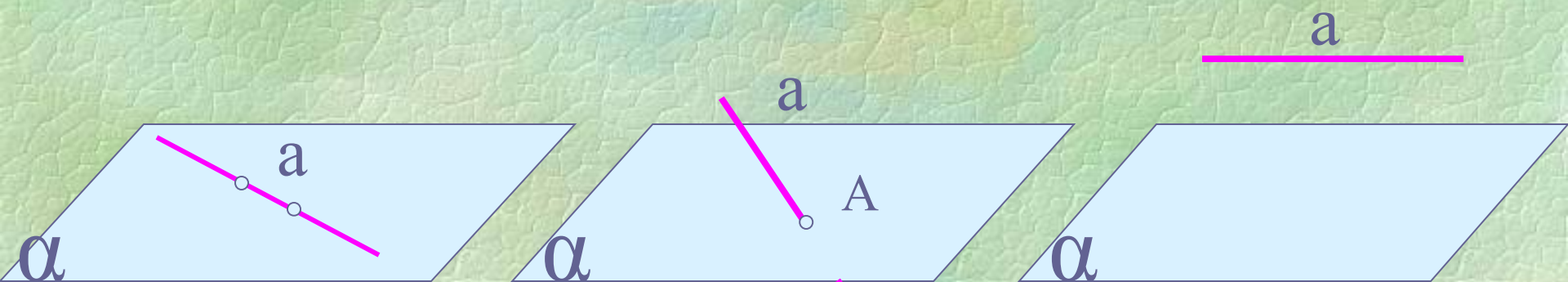


思考

一支笔所在直线与一个作业本所在的平面，可能有几种位置关系？



(1) 直线和平面有哪些位置关系？



- (1) 直线在平面 α 内 $a \subset \alpha$ 有无数个交点
(2) 直线与平面 α 相交 $a \cap \alpha = A$ 有且只有一个交点
(3) 直线与平面 α 平行 $a // \alpha$ 无交点

直线和平面的位置关系有且只有三种：

(1) 直线在平面内——有无数个交点；

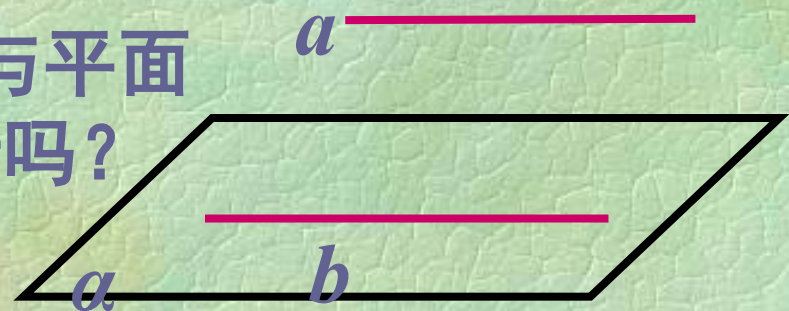
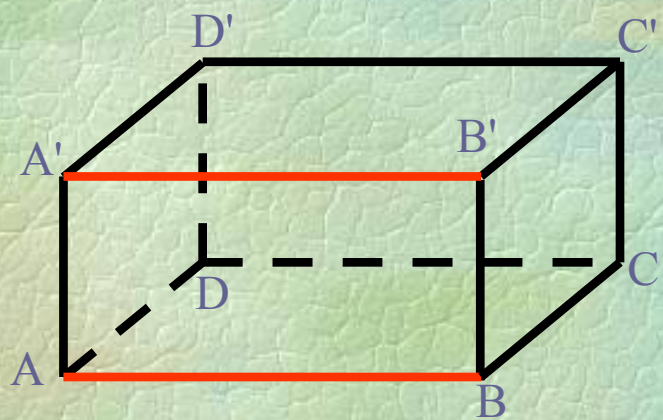
(2) 直线与平面相交——有且只有一个公共点

；(3) 直线与平面平行——没有公共点。

直线与平面相交或平行的情况统称为直线在平面外。

一、直线与平面平行

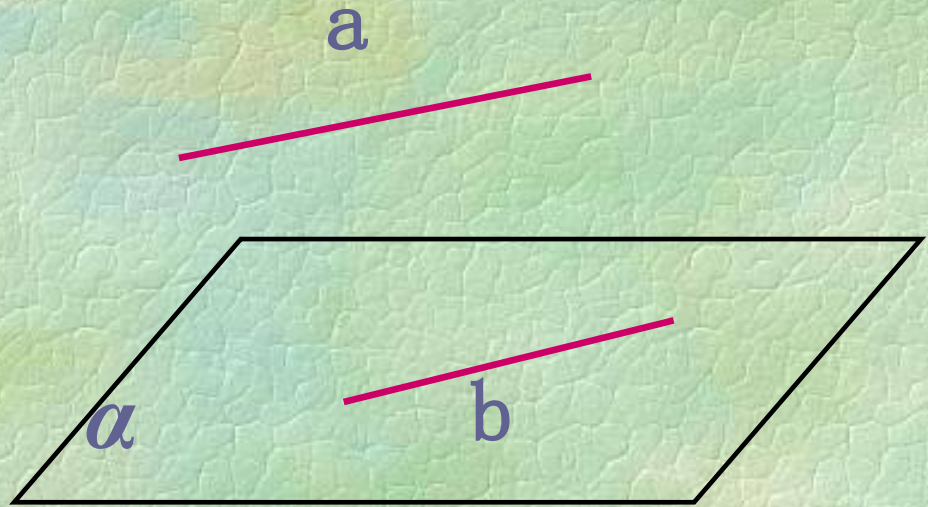
思考：根据定义，怎样判定直线与平面平行？图中直线 a 和平面 α 平行吗？



长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中， $A'B' \parallel AB$ ，因此直线 $A'B'$ 与平面 AC 没有公共点，直线 $A'B'$ 与平面 AC 平行。

思考：如图，设直线 b 在平面 α 内，直线 a 在平面 α 外，猜想在什么条件下直线 a 与平面 α 平行？

$a // b$



直线与平面平行的判定定理

定理 若平面外一条直线与此平面内的一条直线平行，则该直线与这个平面平行。

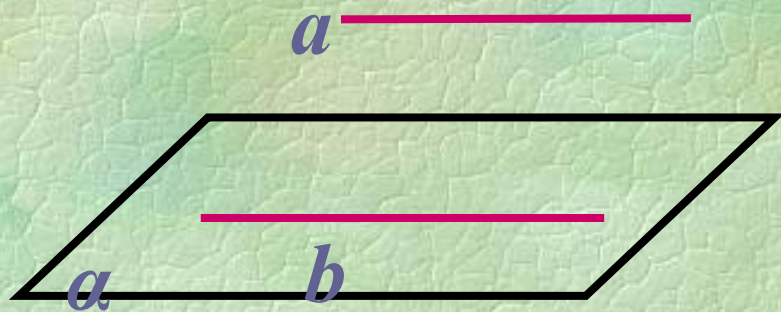
上述定理通常称为直线与平面平行的判定定理

该定理用符号语言可怎样表述？

$$a \not\subset \alpha$$

$$b \subset \alpha$$

$$a // b \Rightarrow a // \alpha$$



直线与平面平行的判定定理可简述为“线线平行，则线面平行”，在实际应用中它有何作用？

通过直线间的平行，推证直线与平面平行，即将直线与平面的平行关系（空间问题）转化为直线间的平行关系（平面问题）。

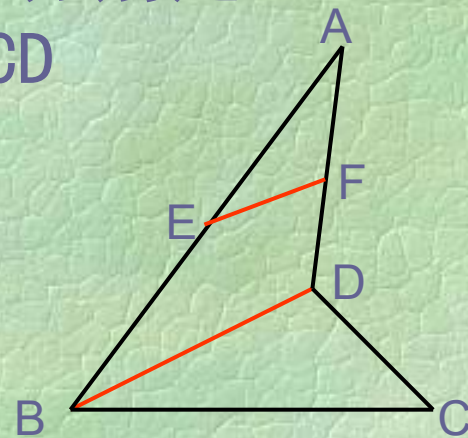
线线平行



线面平行

例 1 已知空间四边形 ABCD 中，E、F 分别是 AB、AD 的中点． 求证：EF//平面 BCD

证明：连接 BD，在 $\triangle ABD$ 中，因为 E、F 分别是 AB，AD 的中点，所以
EF//BD

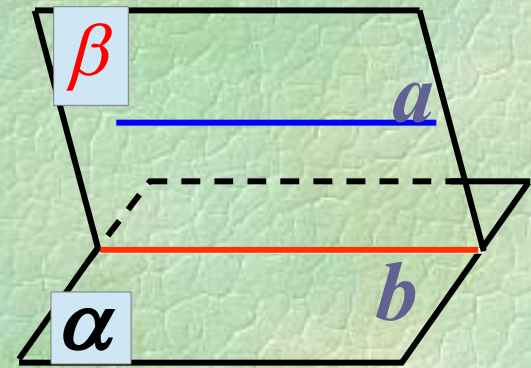
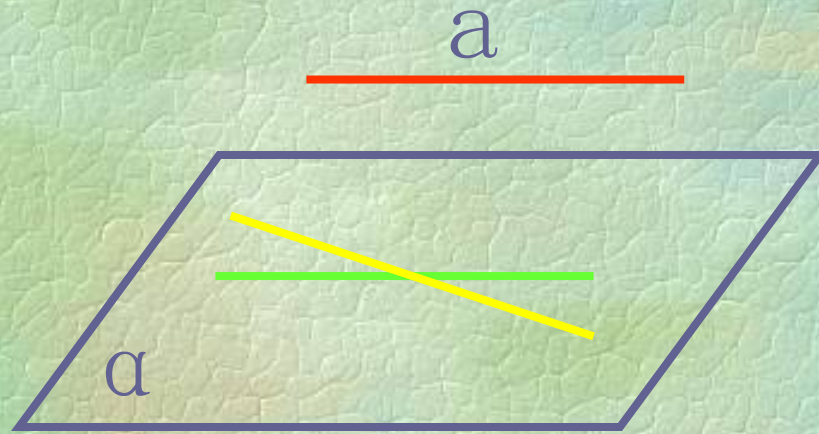


又因为 BD 是平面 ABD 与平面 BCD 的交线， $\nsubseteq$ EF 平面 BCD，所以

EF//平面 BCD

直线与平面平行的性质

思考：如果直线 a 与平面 α 平行，那么直线 a 与平面 α 内的直线有哪些位置关系？



直线与平面平行的性质定理

如果一条直线与一个平面平行，经过这条直线的平面和这个平面相交，那么这条直线就和两平面的交线平行。

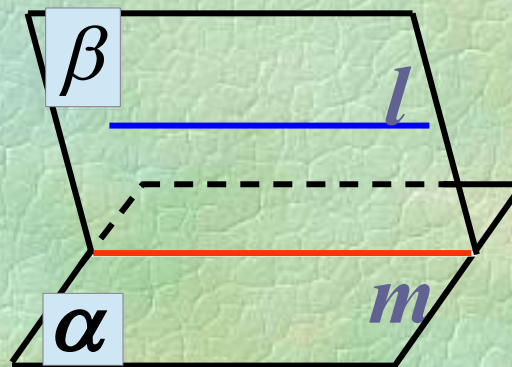
符号语言：

$$l // \alpha$$

$$l \subset \beta,$$

$$\alpha \cap \beta = m$$

$$\Rightarrow l // m .$$



直线与平面平行的性质定理

如果一条直线与一个平面平行，经过这条直线的平面和这个平面相交，那么这条直线就和两平面的交线平行。

已知：直线 $l //$ 平面 α , $l \subset \beta$, $\alpha \cap \beta = m$

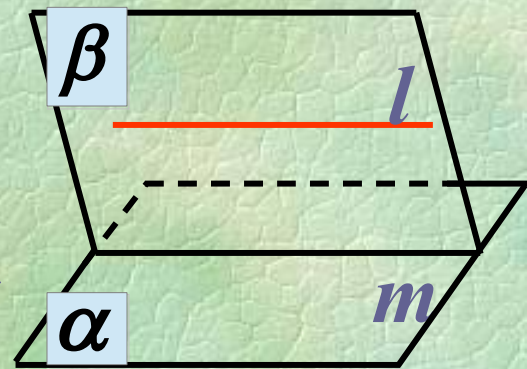
求证： $l // m$.

证明 $\because l // \alpha \therefore l$ 与 α 无公共点.

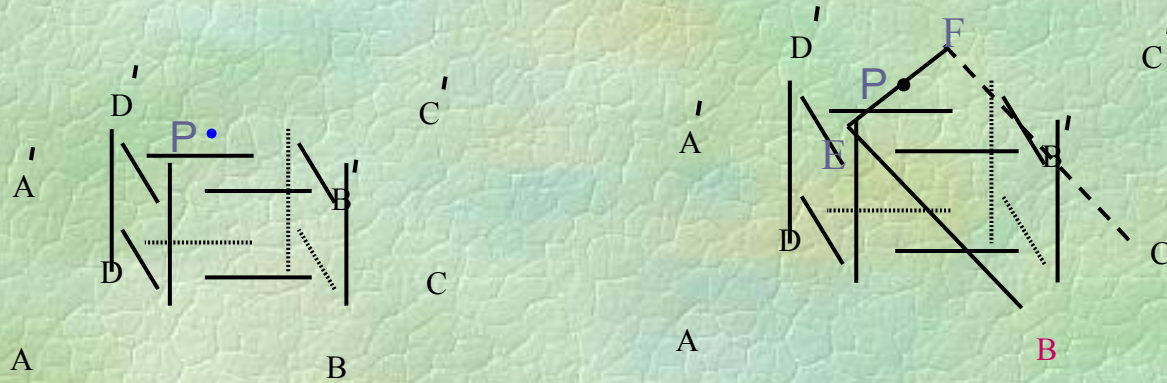
$\because m \subset \alpha$, 所以 l 与 m 也没有公共点

又 $\because l \subset \beta$, $m \subset \beta$, 即 l 与 m 共面.

$\therefore l // m$.



例 2 一个长方形木块，要经过平面 $A'C'$ 内一点 P 和棱 BC 将木块锯开，应怎样画线？



作法：在平面 $A'C'$ 内过点 P 作 $EF \parallel BC$ ，分别交 $A'B'$ ， $C'D'$ 于点 E, F
 连接 BE ， CF ，则 BE ， CF 和 EF 就是所要画的线

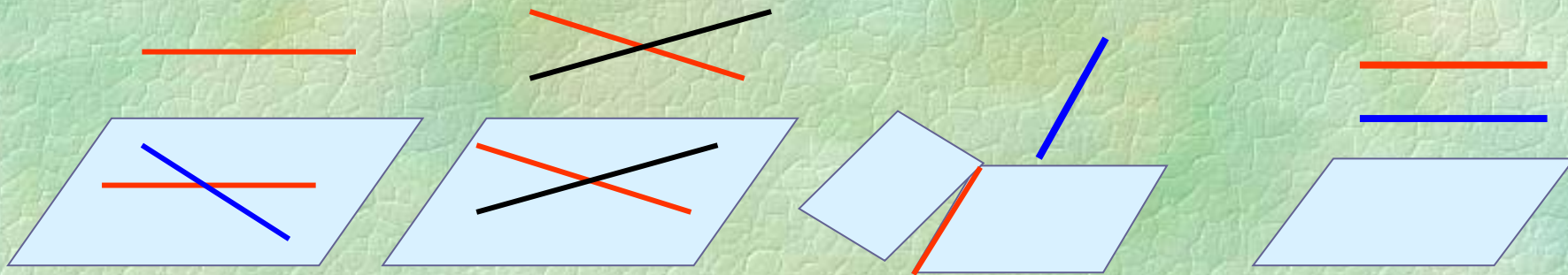
练习：判断下列命题是否正确？

(1) 若直线 a 与平面 α 平行，则 a 与 α 内任何直线平行(X)

(2) 若直线 a 、 b 都和平面 α 平行则 a 与 b 平行. (X)

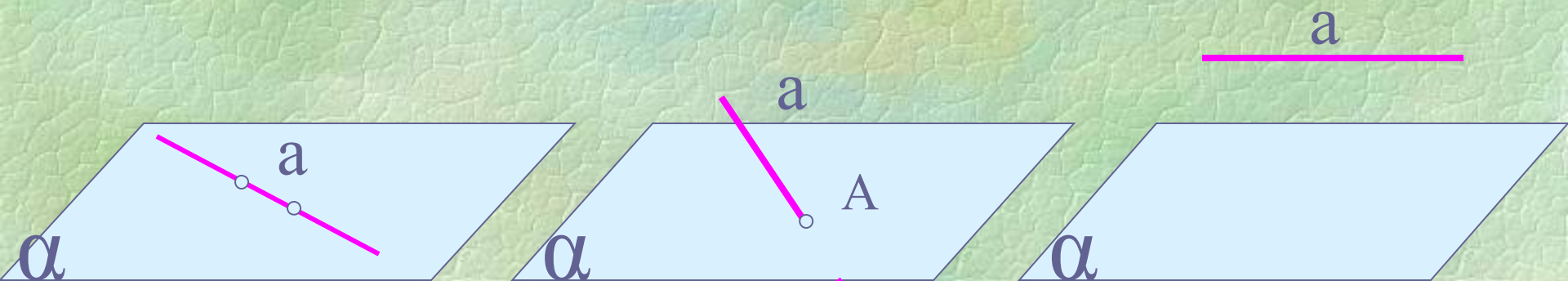
(3) 若直线 a 和平面 α, β 都平行则 α 与 β 平行. (X)

(4) 若平面外的两条平行直线中的一条平行于这个平面，
则另一条也平行于这个平面. (✓)



教学小结

1. 直线和平面位置关系:



(1) 直线在平面 α 内 (2) 直线与平面 α 相交

$$a \subset \alpha$$

有无数个交点
个交点

$$a \cap \alpha = A$$

有且只有一

(3) 直线与平面 α 平行

$$a // \alpha$$

无交点

教学小结

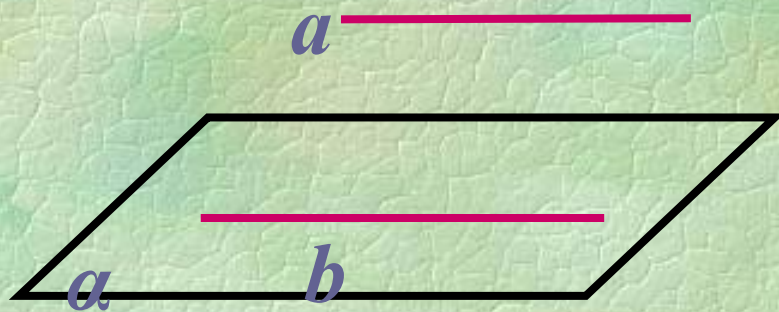
2. 直线与平面平行的判定定理

定理 若平面外一条直线与此平面内的一条直线平行，则该直线与这个平面平行。

$$a \not\subset \alpha$$

$$b \subset \alpha$$

$$a \parallel b \Rightarrow a \parallel \alpha$$



教学小结

直线与平面平行的性质定理

如果一条直线与一个平面平行，经过这条直线的平面和这个平面相交，那么这条直线就和两平面的交线平行。

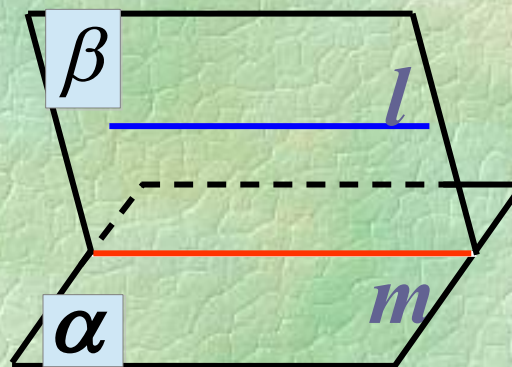
符号语言：

$$l // \alpha$$

$$l \subset \beta,$$

$$\alpha \cap \beta = m$$

$$\Rightarrow l // m .$$



作业

P122 练习 10-4 1
- 3

谢谢观看！