

10.2 空间两条直线的位置关系

异面直线

授课教师：李辉

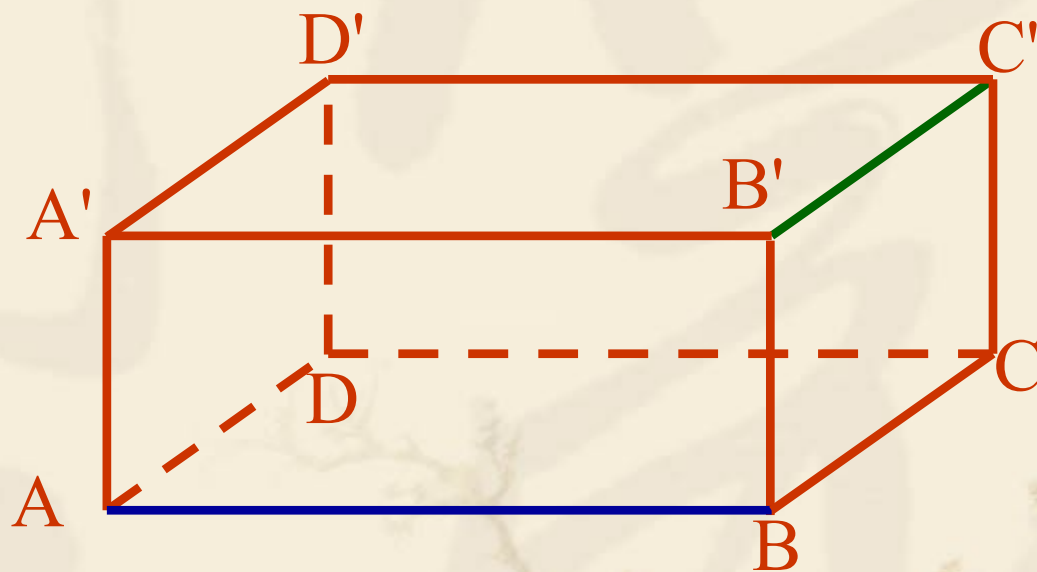
泰山护理职业学院

学习任务

1. 什么叫异面直线？如何求异面直线夹角？
2. 如何判断异面直线？

1. 异面直线定义

我们把不同在任何一个平面的两条直线叫异面直线



例如：AB 与 B'C 不同在任何一个平面内，是异面直线。

异面直线的画法

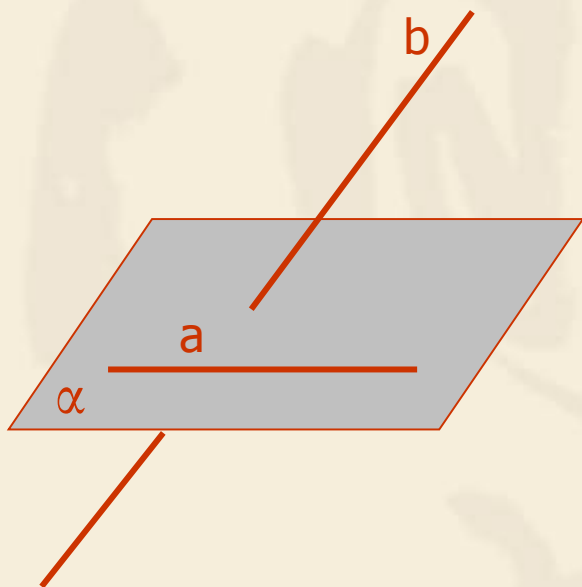


图 1

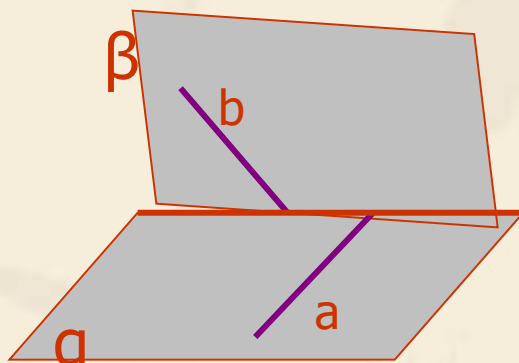


图 2

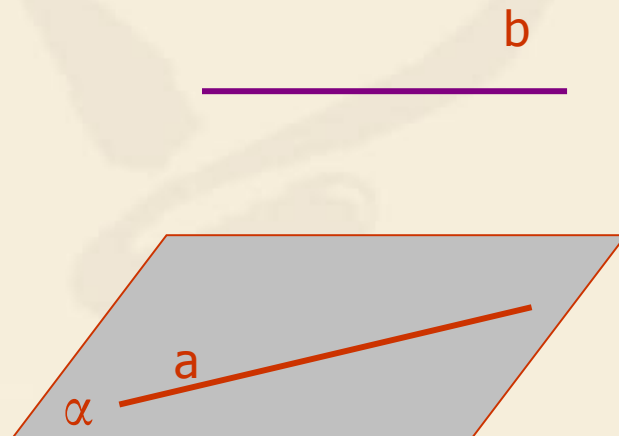
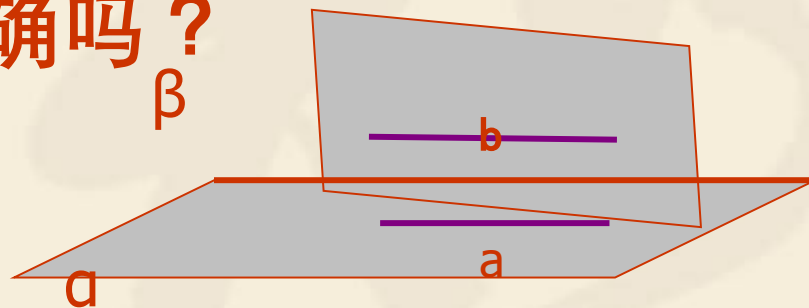


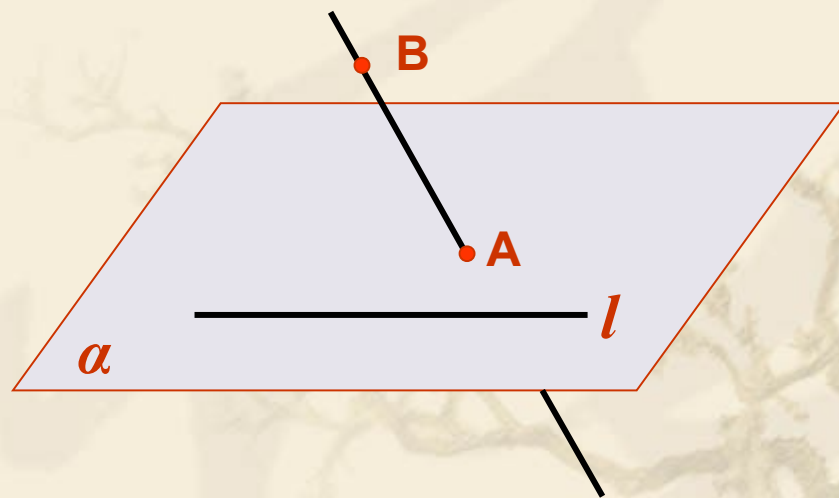
图 3

这样表示 a 、 b 异面正确吗？



2. 异面直线判断定理

经过平面内一点与平面外一点的直线，和这个平面内不经过该点的直线是异面直线。



空间两条直线的位置关系

① 相交直线 ----- 有且仅有一个公共点

② 平行直线 ----- 在同一平面内，没有公共点

③ 异面直线
----- 不同在任何一个平面内，没有公共点

空间两条直线的位置关系有三种：

位置关系	共面情况	公共点个数
相交直线	在同一平面内	有且只有一个
平行直线	在同一平面内	没有
异面直线	不在任何一平面内	没有

① 从有无公共点的角度：

有且仅有一个公共点 ----- 相交直线

没有公共点 -----

平行直线

异面直线

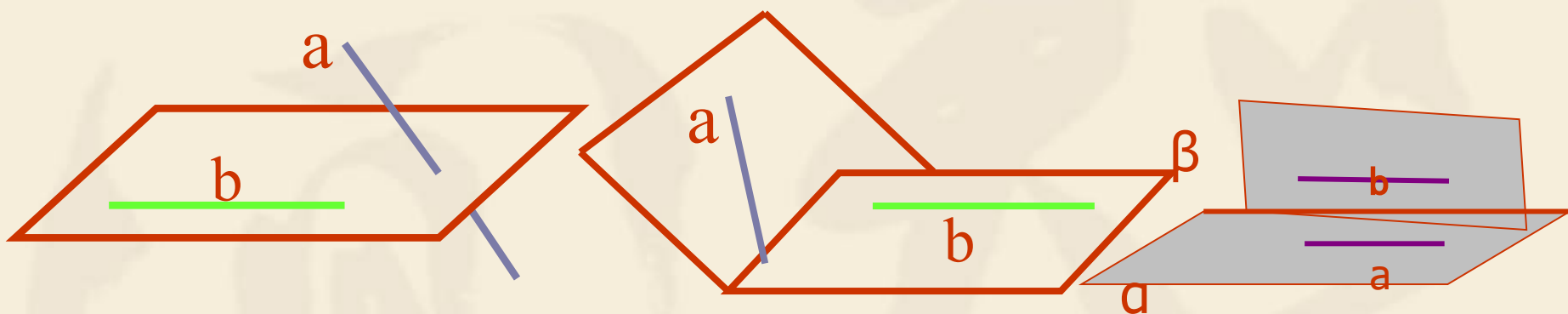
② 从是否共面的角度

不同在任何一个平面内 ----- 异面直线

相交直线

在同一平面内 -----

平行直线

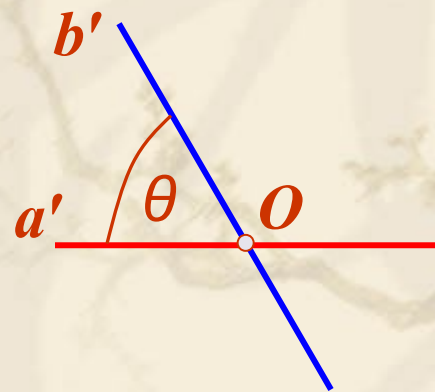
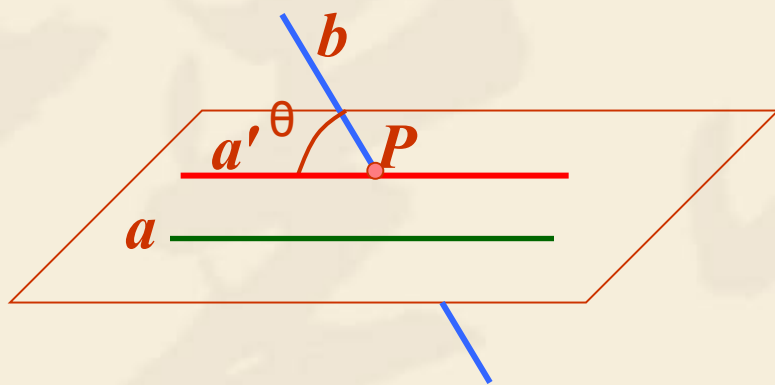


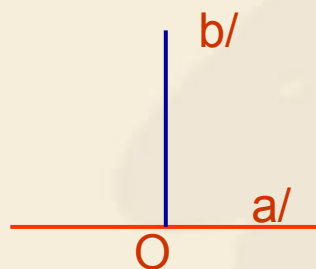
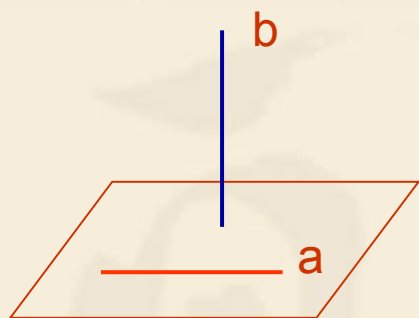
关于异面直线的定义，你认为下列哪个说法最合适？

- A. 空间中既不平行又不相交的两条直线； ✓
- B. 平面内的一条直线和这平面外的一条直线； ×
- C. 分别在不同平面内的两条直线； ×
- D. 不在同一个平面内的两条直线； ×
- E. 不同在任何一个平面内的两条直线。 ✓

3. 异面直线所成的角

已知两条异面直线 a 、 b ，经过空间任意一点 O 作直线 $a' \parallel a$ ， $b' \parallel b$ ，由于 a' 、 b' 所成的角的大小与点 O 的选择无关，我们就把 a' 与 b' 所成的锐角或直角叫做异面直线所成的角。





若两条异面直线所成角为 90° ，则称它们互相垂直。

异面直线 a 与 b 垂直也记作 $a \perp b$

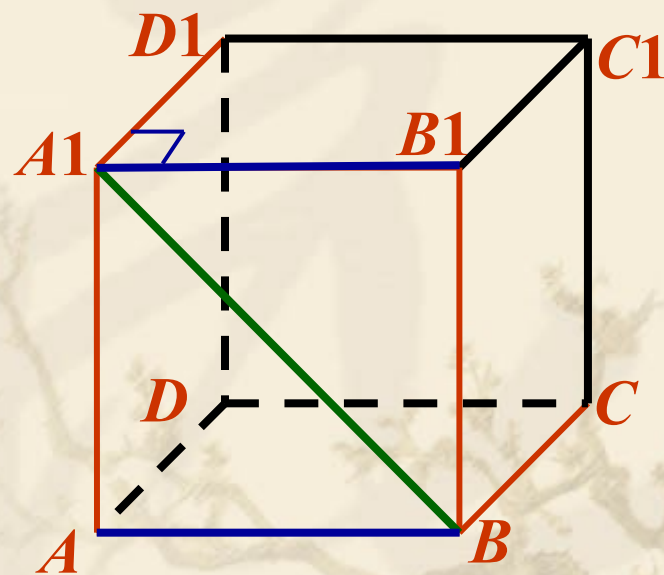
异面直线所成角 θ 的取值范围： $[0, \pi)$

例 3 如图所示：正方体的棱所在的直线中，（1）哪些棱所在直线与直线 A_1B 是异面直线？（2）求异面直线 AB 与 A_1D_1 所成的角？（3）求异面直线 A_1B 与 AC 所成的角？

解（1）由异面直线的定义可知，棱 D_1C_1 、 C_1C 、 CD 、 D_1D 、 AD 、 B_1C_1 所在的直线分别与直线 A_1B 是异面直线

（2）因为 $A_1B_1 \parallel AB$ ，所以 $\angle B_1A_1D_1$ 即为 AB 与 A_1D_1 所成的角

又因为 $\angle B_1A_1D_1 = 90^\circ$ ，所以 AB 与 A_1D_1 所成的角为 90°



例 3 (3) 求异面直线 A_1B 与 AC 所成的角?

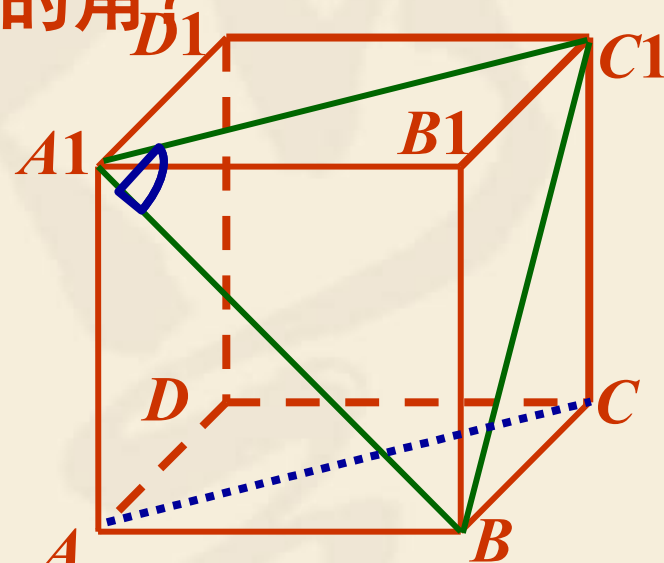
(3) 连接 BC_1 , A_1C_1 , 由 $AA_1 \parallel CC_1$ 且 $AA_1 = CC_1$, 可知四边形 AA_1C_1C 是平行四边形, 所以 $AC \parallel A_1C_1$, 所以 A_1B 与 AC 所成的角就是 A_1B 与 A_1C_1 所成的角。

因为 A_1B 、 BC_1 、 A_1C_1 都是正方体的面对角线, 所以

$$A_1B = BC_1 = A_1C_1$$

故 $\triangle A_1B_1C_1$ 是正三角形。

因此, A_1B 与 A_1C_1 所成的角是 60° ,
即 A_1B 与 AC 所成的角是 60° 。



小结

定义：不同在任何一个平面内的两条直线叫做异面直线。

位置关系	公共点个数	是否共面
相交	只有一个	共面
平行	没有	共面
异面	没有	不共面

小结

空间直线

① 从有无公共点的角度:

有且仅有一个公共点 ----- 相交直线

没有公共点 -----

平行直线

异面直线

② 从是否共面的角度

不同在任何一个平面内 ----- 异面直线

相交直线

在同一平面内 -----

平行直线

公理 4 平行同一条直线的两条直线互相平行

作业

P118 练习 10-3 1 -
5

谢谢观看！