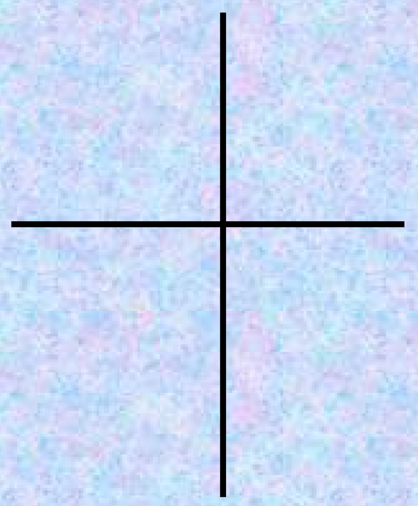
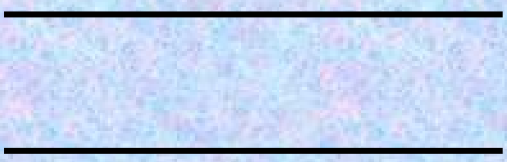
§9.2　两条直线的位置关系

4. 垂直



1. 平行



3. 相交

2. 重合

9.2.2 两条直线的交点与垂直

授课教师：李辉

泰山护理职业学院

复习

设两条直线分别为

1：$A_1x+B_1y+C_1=0$

2：$A_2x+B_2y+C_2=0$

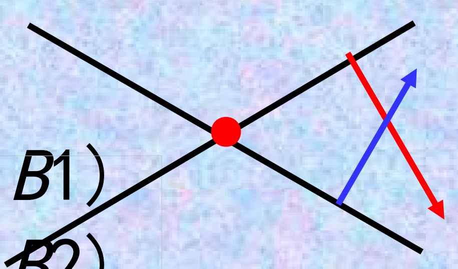
如果 l_1 与 l_2 的方程中得 x 和 y 的系数及常数项都不为零，则有

$l_1 // l_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}\neq\frac{C_1}{C_2}$

l_1 与 l_2 重合 $\Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$

9.2.2　两条直线的交点与垂直

设两条直线分别为



$L1$ ： $A1x + B1y + C1 = 0$ ， $\vec{n}_1 = (A1, B1)$

$L2$ ： $A2x + B2y + C2 = 0$ ， $\vec{n}_2 = (A2, B2)$

$L1$ 与 $L2$ 相交 $\Leftrightarrow A1B2 - A2B1 \neq 0$

当 A2≠0 且 B2≠0 时 $L1$ 与 $L2$ 相交 $\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$

求直线 $l1$ 与 $l2$ 的交点，就是要解由这两个方程组成的方程组

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$$

这个方程组的解就是两条直线的交点坐标

例 5　已知两条直线的方程 $l1$: 2x−y−5=0 ，$l2$: x−3y−10=0， 判断这两条直线是否相交？如果相交，求出交点坐标

解：显然，直线 $l1$ 的一个法向量可取为 $\vec{n_1}$ =（2， −1），

$l2$ 的一个法向量可取为 $\vec{n_2}$ =（1， −3）

因为 2×（−3）≠（−1）×1，所以直线 $l1$ 与 $l2$ 相交 $\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{-3}$

程组 $\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ x - 3y - 10 = 0 \end{cases}$ 得　x=1， y=-3

所以直线 $l1$ 与 $l2$ 的交点坐标为（1， -3）

练习 9-6　1

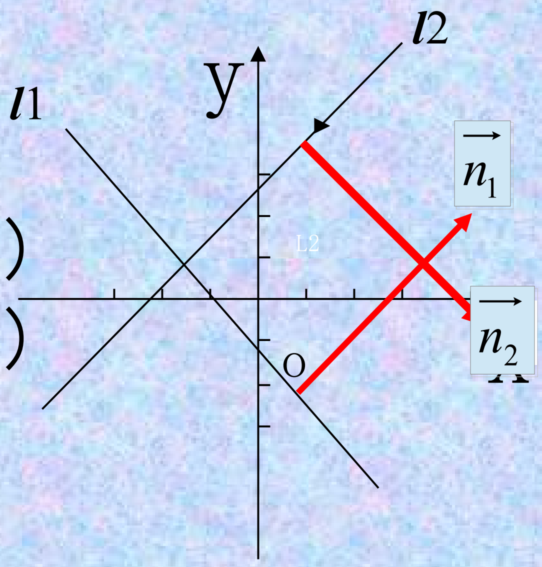
例 6　求过直线 x-y-1=0 和 x+y-3=0 的交点，且与 2x-y=0 平行的直线方程

解：解方程组$\begin{cases} x-y-1=0 \\ x+y-3=0 \end{cases}$得 x=2, y=1,　所求直线过点（ 2, 1 ）

设所求直线的方程为 $2x-y+D=0$，因为该直线过点 (2, 1)，将其代入方程，得　D=-3

所求直线 L 的方程为 2x-y-3=0

两条直线的垂直



设两条直线分别为

: $A1x + B1y + C1 = 0$ $\vec{n_1} = (A1, B1)$

: $A2x + B2y + C2 = 0$, $\vec{n_2} = (A2, B2)$

$l1 \perp l2 \Leftrightarrow \vec{n_1} \perp \vec{n_2} \Rightarrow \vec{n_1} \cdot \vec{n_2} = 0 \Leftrightarrow A1A2+B1B2=0$

$l1 \perp l2 \Leftrightarrow A1A2+B1B2=0$

例 7　判断下列各对直线是否垂直

（1）$2x-4y-7=0$ 与 $2x+y-5=0$　　（2）$2x=7$ 与 $3y-5=0$

解（1）因为法向量分别可取为 $\vec{n_1} =（2，-4）\vec{n_2} =（2,1）$

$\vec{n_1} \cdot \vec{n_2} = 2 \times 2 + (-4) \times 1 = 0$　所以这两条直线垂直

（2）因为法向量分别可取为 $\vec{n_1}（2，0）, \vec{n_2} =（0,3）$

$\vec{n_1} \cdot \vec{n_2} = 2 \times 0 + 0 \times 3 = 0$　所以这两条直线垂直

练习 9-6 2

例 8　求证直线 Ax+By+C1=0 与 Bx-Ay+C2=0 垂直

证明：因为法向量分别可取为 $\overrightarrow{n_1}$（A, B)），$\overrightarrow{n_2}$ = （B, -A）

$\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}$=AB+B(-A)=0　　所以这两条直线垂直

一般地，与直线 Ax+By+C=0 垂直的直线都可表示为　Bx-Ay+D=0

例 9　求过点（1, 2），且与直线 2x+y-10=0 垂直的直线方程

解：设所求直线为 x-2y+D=0,

因为直线过点（1, 2），将其代入方程，1-2×2+D=0

解这个方程，得　D=3

所以，所求直线方程为　x-2y+3=0

练习 9-6　3、4、5、6

小结

两直线的位置关系

若直线 *l1*:A1x+B1y+C1=0 ，**直线** *l2*:A2x+B2y+C2=0

当 **A1**， **A2**， **B1**， **B2** 全不为 **0** 时

1、$l_1 // l_2$ � $\frac{A_1}{A_2}$ $\frac{B_1}{B_2}$ $\frac{C_1}{C_2}$

2、l_1、l_2 重合 � $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$ $\frac{C_1}{C_2}$

3、l_1、l_2 相交 鄙 $\frac{A_1}{A_2}$ $\frac{B_1}{B_2}$

4、$l1 \perp l2$ **A1A2+B1B2=0**

小结

常用重要结论

1、与直线 $Ax+By+C=0$ 平行的直线方程：

$Ax+By+D=0$ （ $C\neq D$ ）

2、与直线 $Ax+By+C=0$ 垂直的直线方程： $Bx-Ay+D=0$

作业

P94　练习 1 - 6

谢谢观看！