

第九章 直线与圆的方程

9.1.4 直线的一般式方程

授课教师 李



复习提问：学过直线方程的几种形式？



1. 点向式：已知直线上点 $P_0 (x_0, y_0)$ ，

方向向量 $\vec{v} = (v_1, v_2)$ 则直线的方程是 $\frac{x - x_0}{v_1} = \frac{y - y_0}{v_2}$

2. 点斜式：已知直线上一点 $P_0 (x_0, y_0)$ 的坐标，和直线的斜率 k ，则直线的方程是 $y - y_0 = k(x - x_0)$

斜截式：已知直线的斜率 k ，和直线在 y 轴上的截距 b 则直线方程为 $y = kx + b$

3. 点法式：已知直线上点 $P_0 (x_0, y_0)$ ，法向量 $\vec{n} = (A, B)$

则直线的方程是 $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$

② 上述四种直线方程，能否写成如下统一形式？

$$\boxed{?} x + \boxed{?} y + \boxed{?} = 0$$

$$y - y_0 = k(x - x_0) \longrightarrow kx + (-1)y + y_0 - kx_0 = 0$$

$$y = kx + b \longrightarrow kx + (-1)y + b = 0$$

$$\frac{x - x_0}{v_1} = \frac{y - y_0}{v_2} \longrightarrow$$

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \longrightarrow$$

上述四式都可以写成直线方程的

$$Ax + By + C = 0 \quad (A、B \text{ 不同时为 } 0)$$

(二)讲解新课:

$$Ax+By+C=0 \quad (A、B \text{ 不同时为 } 0)$$



① 直角坐标系中，任何一条直线的方程都是关于 x ， y 的二元一次方程。

② 任何关于 x ， y 的二元一次方程 $Ax+By+c=0$ (A ， B 不同时为零) 的图象是一条直线

$B \neq 0$ 时，方程化成 $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$ 这是直线的斜截式，

它表示为斜率为 $-A/B$ ，纵截距为 $-C/B$ 的直线。

向量 $\vec{n}$ (A, B) 为直线 $Ax+By+C=0$ 的一个法向量，向量 $\vec{v}$ 和 $(-B, A)$ 都是这条直线的方向向量。

$$= (B, -A) \quad \vec{v}$$



例 10 写出下列直线的一个法向量和一个方向向量

(1) $3x-4y-1=0$

(2) $2x-3=0$

(3) $3y-2=0$

解 (1) 直线的一个法向量 $\vec{n} = (3, -4)$,
一个方向向量 $\vec{v} = (-4, -3)$

(2) 直线的一个法向量 $\vec{n} = (2, 0)$,
一个方向向量 $\vec{v} = (0, 2)$

(3) 直线的一个法向量 $\vec{n} = (0, 3)$,
一个方向向量 $\vec{v} = (3, 0)$

练习 9-4 1



例 11 求直线 $x+2y+6=0$ 斜率和在 y 轴上的截距

解：由方程 $x+2y+6=0$ 解出 y ，得此直线的斜截式方程

$$2y=-x-6$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 3$$

所以，直线的斜率是 $-\frac{1}{2}$ ，在 y 轴上的截距是 -3

练习 9-4 2

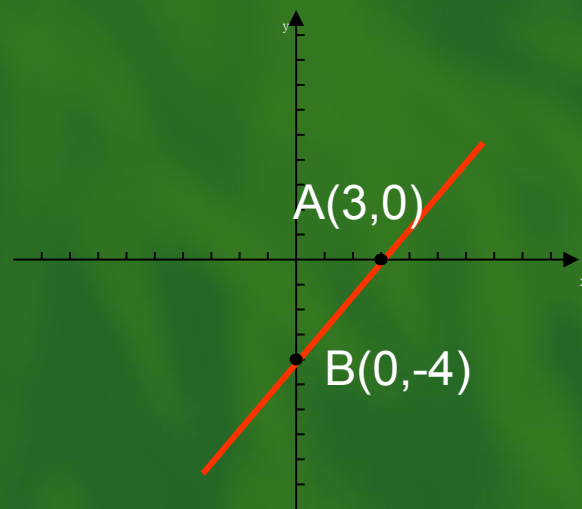


例 12 求直线 $l: 4x - 3y - 12 = 0$ 与 x 轴, y 轴的交点坐标, 并画出直线 l

解: 在已知直线方程中, 令 $y=0$, 得 $x=3$;
令 $x=0$, 得 $y=-4$

所以, 直线 l 与 x 轴、 y 轴的交点分别为

$A(3, 0)$, $B(0, -4)$
过点 A, B 得直线 l 如图



练习 9-4 4



巩固训练

设直线 l 的方程为 $Ax+By+c=0$ (A, B 不同时为零)

根据下列各位置特征, 写出 A , B , C 应满足的关系:

直线 l 过原点: $\underline{C=0}$

直线 l 过点 $(1,1)$: $\underline{A+B+C=0}$

小结:



1、直线方程的一般式 $Ax+By+C=0$ (A , B 不同时为零) 的两方面含义:

(1) 直线方程都是关于 x , y 的二元一次方程

(2) 关于 x , y 的二元一次图象又都是一条直线

2. 向量 $\vec{n} = (A, B)$ 为直线 $Ax+By+C=0$ 的一个法向量
， 向量 $\vec{v} = (B, -A)$ 和 $(-B, A)$ 都是这条直线的方向向量。

3. 掌握直线方程的一般式与特殊式的互化。

归纳总结

问题 1 确定一条直线的要素：

1. 定位 直线过定点
2. 定向 方向向量、法向量、另一点、斜率（倾斜角不是直角）。

这便是直线的点向式、点法式、点斜式的由来，斜截式是点斜式的特例。

任何一条直线的方程都可以化成一般式方程
 $Ax+By+C=0$ (A, B 不全为 0)

问题 2 : 直线方程归纳

名 称	已知条件	标准方程	适用范围
点向式	点 $P(x_0, y_0)$ 和方向向量	$\frac{x - x_0}{v_1} = \frac{y - y_0}{v_2}$	不垂直于 x 、 y 轴的直线
点法式	点 $P(x_0, y_0)$ 和法向量 (A, B)	$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$	任意直线
点斜式	点 $P(x_0, y_0)$ 和斜率 k	$y - y_0 = k(x - x_0)$	不垂直于 x 轴的直线
斜截式	斜率 k 和在 y 轴上的截距 b	$y = kx + b$	不垂直于 x 轴的直线
一般式	两个独立的条件	$Ax + By + C = 0$	A, B 不全为 0

作业

P88 练习 1 - 4



谢谢观看！