

第九章 直线与圆的方程

9.1.3 直线的法向量与点法式方程

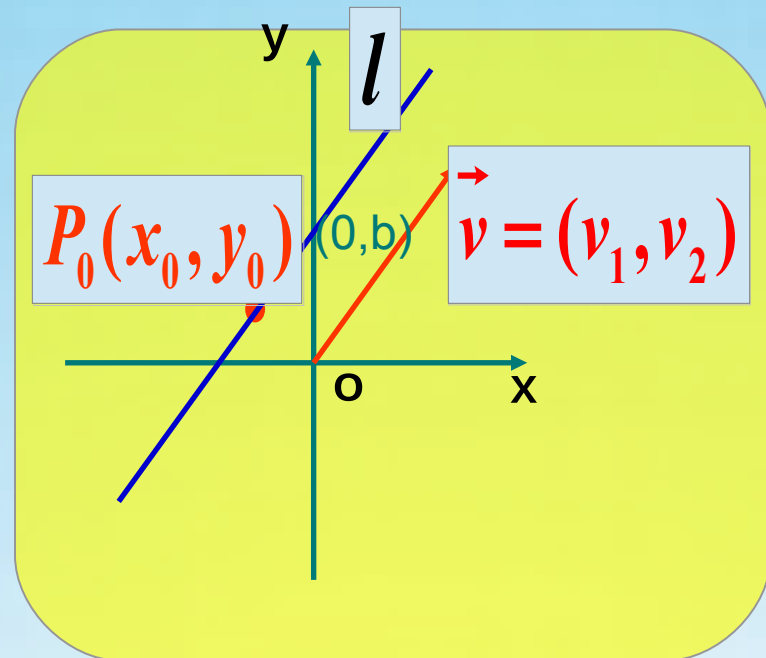
授课教师：李辉

泰山护理职业学院

复习已经学过的直线方程

1. 直线的点向式方程

$$\frac{x - x_0}{v_1} = \frac{y - y_0}{v_2} \quad (v_1 \neq 0, v_2 \neq 0)$$



2. 直线的点斜式方程

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

直线的斜截式方程 $y = kx + b$



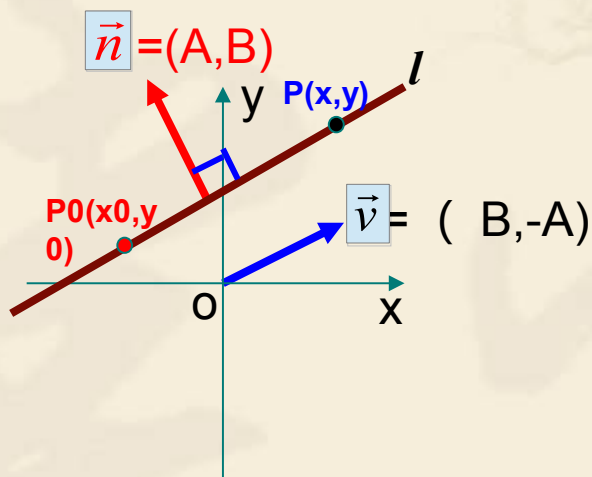
学习新课 9.1.3 直线的法向量与点法式方程

一. 直线的法向量

与直线 l 垂直的非零向量，叫做直线 l 的法向量，通常 $\vec{n}$ 表示。法向量也不唯一，同一直线的所有法向量是相互平行的

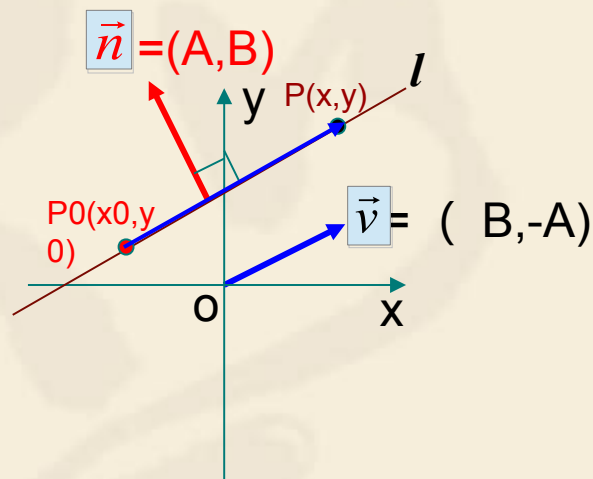
二、直线的点法式方程

求过点 $P_0(x_0, y_0)$ 且法向量 $\vec{n} = (A, B)$ 的直线方程



设 $P(x, y)$ 是直线上任意一个点. 则 P 在直线 l 上的充分必要条件是 $\vec{n} \cdot \vec{p_0p} = 0$

$$\vec{p_0p} = (x-x_0, y-y_0) \quad \vec{n} = (A, B)$$



用坐标表示上述充要条件为:

$$A(x-x_0) + B(y-y_0) = 0$$

由直线上的一个点和直线的一个法向量确定直线方程叫直线的点法式方程。

例 9 求过点 $P(1, 2)$, 且一个法向量为 $\vec{n} = (3, 4)$ 的直线方程

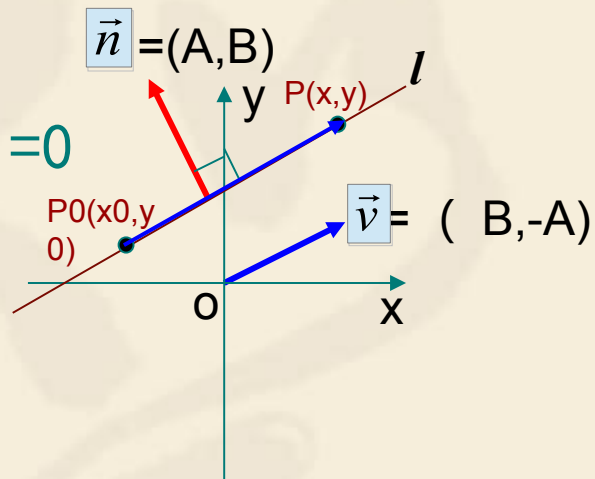
解: 由直线的点法式方程, 得 $3(x-1) + 4(y-2) = 0$

整理得所求直线方程为 $3x + 4y - 11 = 0$

直线一般方程 $Ax + By + C = 0$

如果设 $\vec{v} = (B, -A)$, 则 $\vec{v} \cdot \vec{n} = A \times B + B \times (-A) = 0$

所以 $\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$

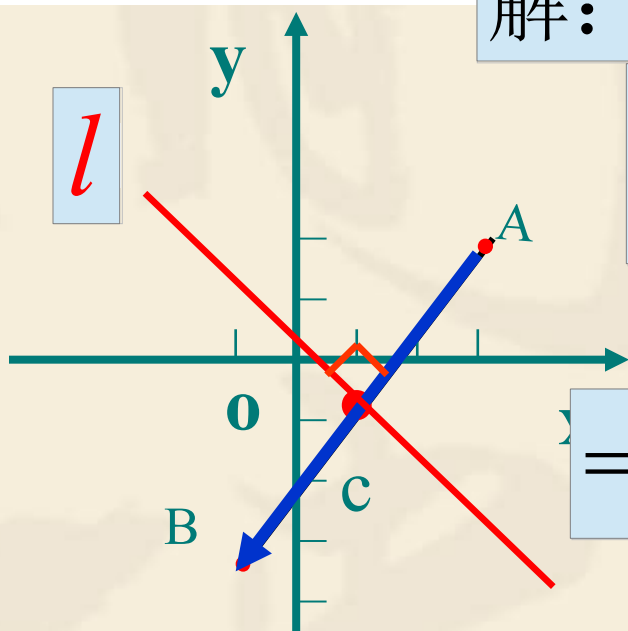


若直线的法向量为 $\vec{n} = (A, B)$, 则向量 $\vec{v} = (B, -A)$ 或者 $(-B, A)$ 就是直线的方向向量

$$\vec{n} = (3, 4)$$

则 $\vec{v} = (4, -3)$ 或者 $(-4, 3)$

例 已知点 $A(3,2)$ 和点 $B(-1,-4)$ ，求线段 AB 的垂直平分线方程。



解：中点 C 的坐标

$$C\left(\frac{3+(-1)}{2}, \frac{2+(-4)}{2}\right)$$

$$= (1, -1)$$

法向量 $\overrightarrow{AB}$

$$= (-1-3, -4-2) = (-4, -6)$$

代入点法式方程，

$$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) \cdot (x_2-x_1, y_2-y_1)$$

整理得

$$2x + 3y + 1 = 0$$

式求直线方程

练习 P86 6

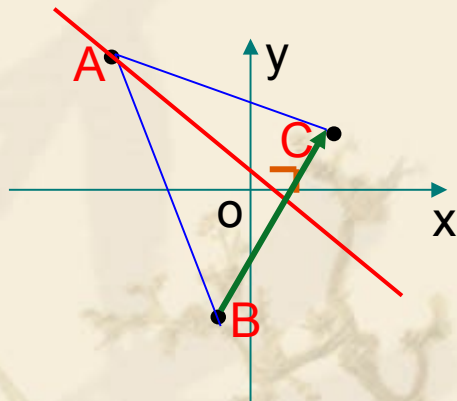
6. 已知三角形 ABC 的顶点 $A(-5, 6)$, $B(-1, -4)$, $C(3, 2)$, 求 BC 边上的高所在的直线方程

解: $\overrightarrow{BC} = (3, 2) - (-1, -4) = (4, 6) = 2(2, 3)$

取所求直线的法向量 $\vec{n} = (2, 3)$, 直线过点 $A(-5, 6)$

由点法式得 $2(x+5) + 3(y-6) = 0$

整理得所求直线方程为 $2x + 3y - 8 = 0$



小结

一. 直线的法向量

与直线 l 垂直的非零向量，叫做直线 l 的法向量，通常用 $\vec{n}$ 表示。

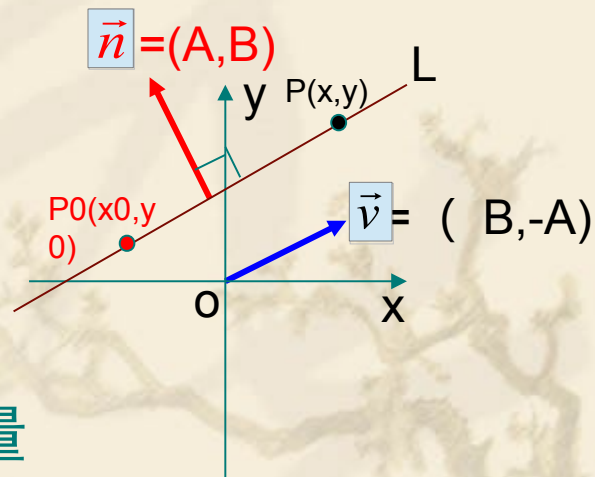
法向量也不唯一，同一直线的法向量是相互平行的。

二、直线的点法式方程

求过点 $P(x_0, y_0)$ 且法向量 $\vec{n} = (A, B)$ 的直线方程

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$$

若直线的法向量为 $\vec{n} = (A, B)$ ，
则向量 $\vec{v} = (B, -A)$ 就是直线的一个方向向量



作业

P86 练习

1 - 6

谢谢观看！