

第七章 三角函数

7.5.2 余弦函数的图象和性质

授课教师：李辉

泰山护理职业学院

一、余弦函数的概念

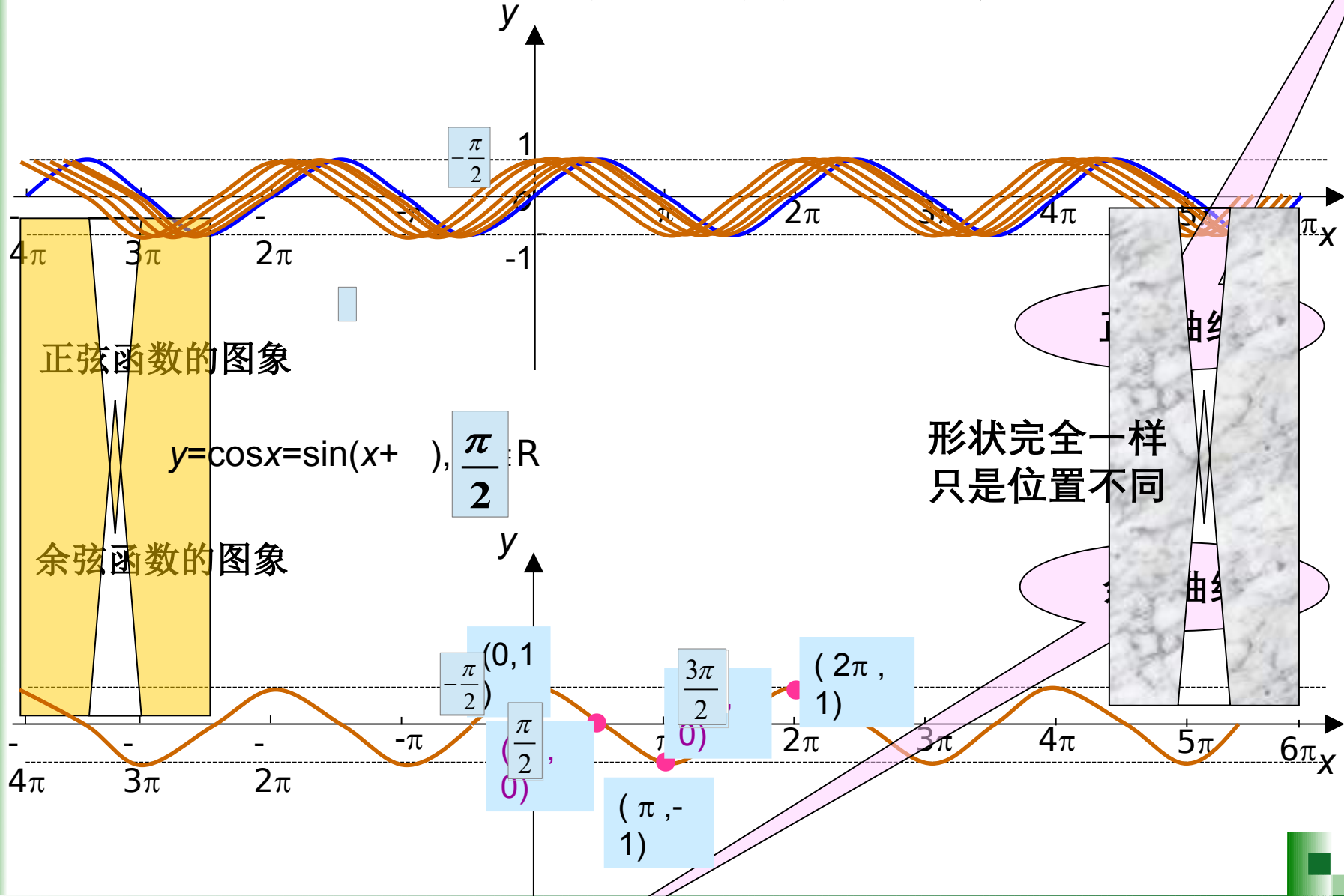
形如 $y = \cos x (x \in R)$ 数叫余弦函数。

二、余弦函数的图象

$$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$$

注：余弦曲线的图象可以通过将正弦曲线向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度而得到。

正弦、余弦函数的图象



新授

三、余弦函数的性质

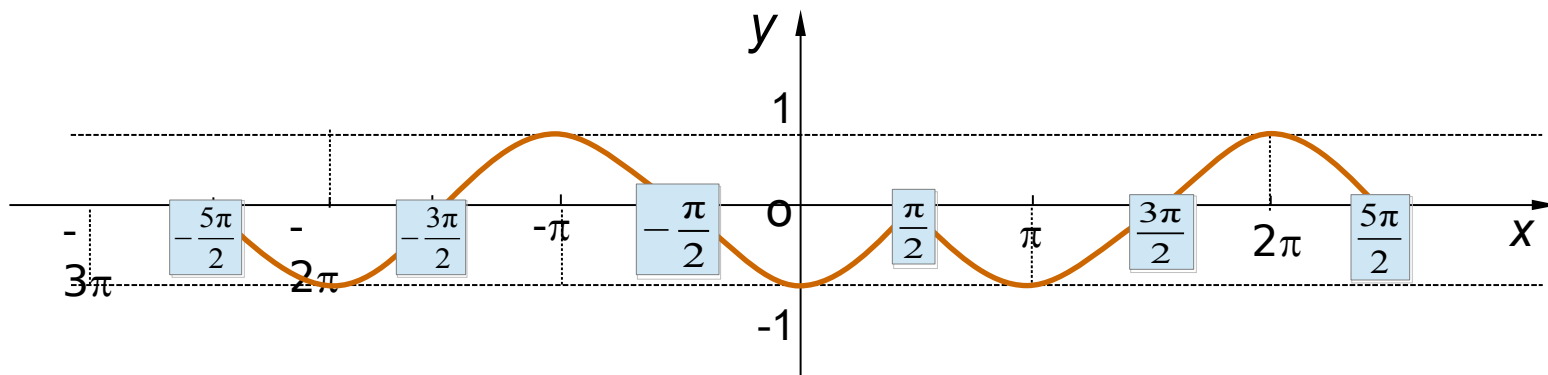
观察余弦曲线

(1) 定义域 $x \in \mathbf{R}$,

(2) 值 域 $y \in [-1, 1]$.

当 $x = 2k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$ 时, $y = \cos x$ 取得最大值 1, 即 $y_{\max} = 1$;

当 $x = (2k+1)\pi$, $k \in \mathbf{Z}$ 时, $y = \cos x$ 取得最小值 -1, 即 $y_{\min} = -1$.



新授

(3) 余弦函数的周期

由公式 $\cos(x + k \cdot 2\pi) = \cos x \ (k \in \mathbb{Z})$

可知：

余弦函数是一个周期函数， 2π ， 4π ， $\cdots$ ， -2π ， -4π ， $\cdots$ ， $2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$ 且 $k \neq 0$)

都是余弦函数的周期；

2π 是其最小正周期.

余弦函数的图象每隔 2π 重复出现.

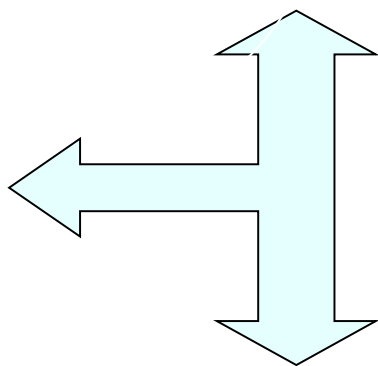
新授

(4) 余弦函数的奇偶性

由公式 $\cos(-x) = \cos x$

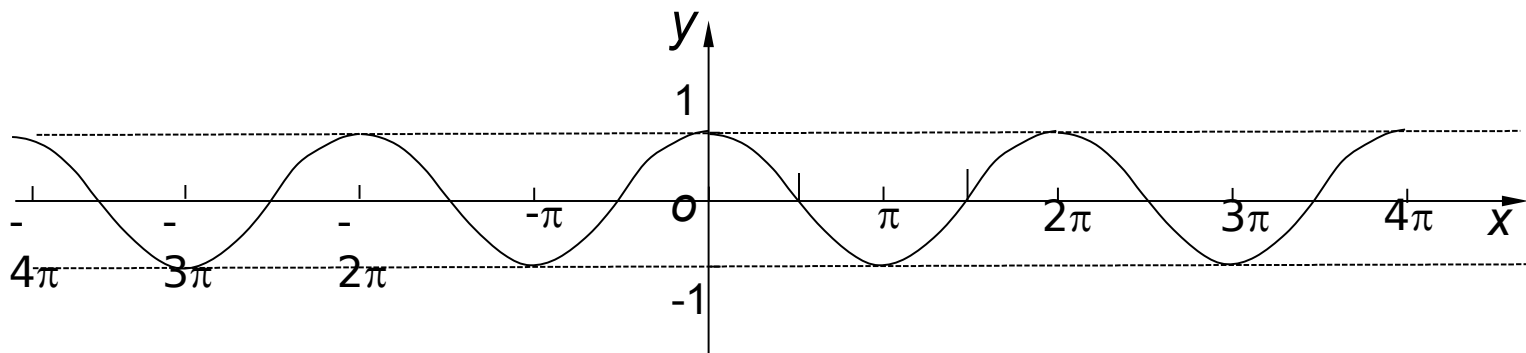
$$f(x) = \cos x$$

$$f(-x) = \cos(-x) = \cos x = f(x)$$



余弦函数是偶函数.

图象关于 y 轴成轴对称 .

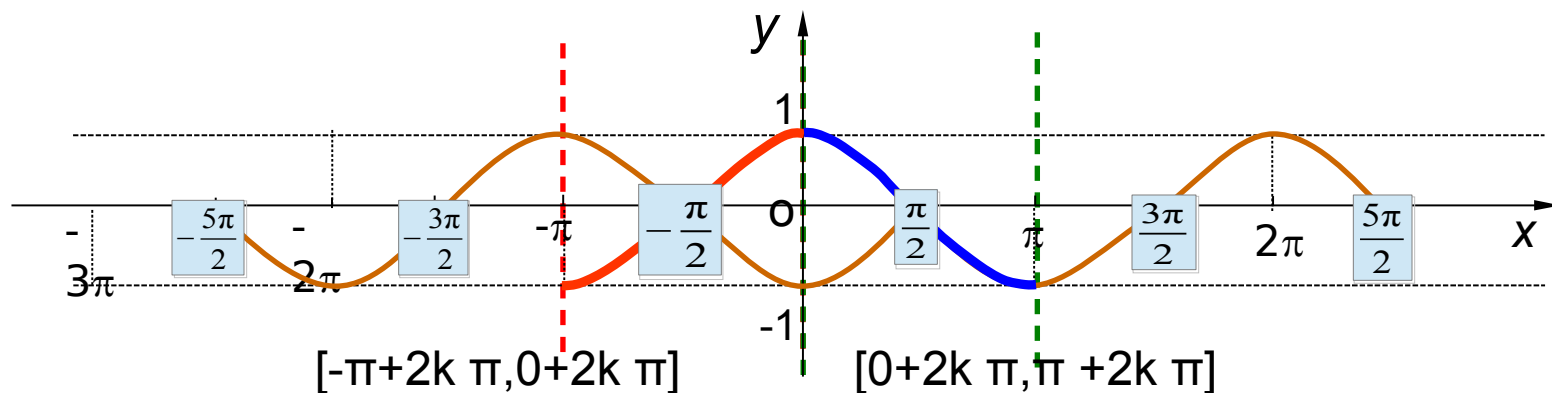


新授

(5) 余弦函数的单调性

观察余弦曲线

x	$-\pi$	...	$-\frac{\pi}{2}$	...	0	...	$\frac{\pi}{2}$	...	π
$\cos x$	-1		0		1		0		-1



在 $[(2k-1)\pi, 2k\pi]$ ($k \in \mathbb{Z}$) 上, 是增函数;

在 $[2k\pi, (2k+1)\pi]$ ($k \in \mathbb{Z}$) 上, 是减函数.

余弦函数性质

函 数	$y = \cos x$
定义域	$\mathbb{R}$
值 域	$[-1, 1]$
奇偶性	偶函数
周期性	2π
单调性	当 $x \in [2k\pi, (2k+1)\pi] (k \in \mathbb{Z})$ 时，函数是增加的； 当 $x \in [(2k+1)\pi, 2(k+1)\pi] (k \in \mathbb{Z})$ 时，函数是减少的；
最 值	当 $x = 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ 时，最大值为 1； 当 $x = (2k+1)\pi (k \in \mathbb{Z})$ 时，最大值为 -1。

例题讲解

例 1 求下列函数的最大值, 最小值和周期 T :

(1) $y = 5 + \cos x$; (2) $y = 6 - \cos x$.

解 (1) $y_{\max} = 6, y_{\min} = 4, T = 2\pi.$

(2) $y_{\max} = 7, y_{\min} = 5, T = 2\pi.$

比较正弦函数和余弦函数函数

函 数	$y = \sin x \quad (k \in \mathbb{Z})$	$y = \cos x \quad (k \in \mathbb{Z})$
定义域	$x \in \mathbb{R}$	$x \in \mathbb{R}$
值域	$[-1, 1]$	$[-1, 1]$
最值及相应的 x 的集合	$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ 时 $y_{\max} = 1$ $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$ 时 $y_{\min} = -1$	$x = 2k\pi$ 时 $y_{\max} = 1$ $x = (2k+1)\pi$ 时 $y_{\min} = -1$
周期性	周期为 $T = 2\pi$	周期为 $T = 2\pi$
奇偶性	奇函数	偶函数
单调性	在 $x \in [2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}]$ 上都是增函数 , 在 $x \in [2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}]$ 上都是减函数 .	在 $x \in [(2k-1)\pi, 2k\pi]$ 上都是增函数 . 在 $x \in [2k\pi, (2k+1)\pi]$ 上都是减函数 ,

作业

P36 练习 1-4

谢谢观看！