第 8 章　MathStudio 与数学实验

前面几章我们花费了大量的时间学习微积分和线性代数的相关知识，需要掌握大量的公式、方法和技巧，这些工作使一些学生看到数学就望而生畏，直接影响了学习兴趣，同时也影响了对数学概念的理解和数学的应用．随着智能手机的普及，手机软件 MathStudio 这样具有符号推导功能的软件应运而生，给数学的学习带来了一场变革．

本章以 MathStudio　Express 6.0.5 为例，说明 MathStudio 在微积分、线性代数等方面的基本应用．大家可以通过前面各章的例题或习题用 MathStudio 来求解，不再另行安排习题．

第 1 节　MathStudio 简介与曲线作图

MathStudio 俗称数学宝典，它前身是 SpaceTime，是一款小巧而强大的科学计算和符号运算软件，具有 Mathematica 和 Matlab 等软件的基本功能.由于其容量仅为 1M 多，随着智能手机和 ipad 等的日益普及，目前已为 Android 和 ios 系统下最实用的数学软件.经过数学家和计算机工程师的不懈努力，已发展到 6.0.5 的版本.

MathStudio 的官方网站为 www.MathStudio.net，分为 Android 版、ios 版和 Windows 版，安卓用户可借助手机软件管理助手进行下载与安装.由于目前 MathStudio 6.0.5 版本是免费的，所以本书教程都是基于 MathStudio 6.0.5 版本的，图 8-1 是打开软件后的界面． MathStudio 能解决线性代数、微积分、统计分析等方面的运算，还具有编程功能.

一、MathStudio 操作界面

MathStudio界面简洁，操作简单，整个界面分为菜单区、编辑区、功能区、 键盘区，如图 8-1.

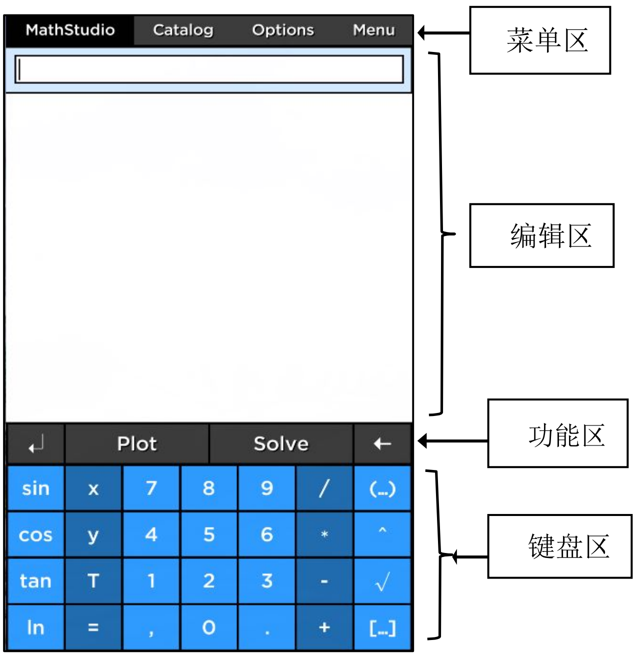


图 8—1

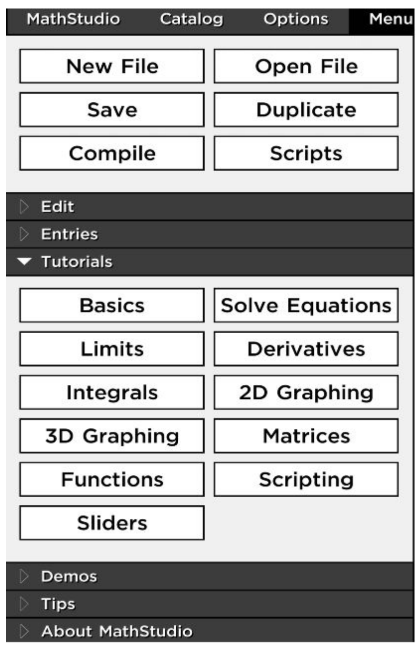


图 8—2

1.　菜单区

菜单区在界面的最上面一行，因屏幕大小只显示 MathStudio（主界面）、 Catalog（函数目录） 、Options（设置选项） 、Menu（菜单）四个选项，单击 Menu 选项还会显示如图 8-2 的 Edit 、 Entries 、Tutorials 、Demos、Tips 等菜单，选项后的“▷”和“ ▽”可展开或折叠子菜单.

其中 Tutorials（教程）菜单一步一步地引导读者进行常用的极限、求导、积分、作图等数学方法的操作，是初学者自学的良友；Demos（范例）菜单提供常用的极限、求导、积分、作图等方法的一些范例.

2. 编辑区

编辑区用于指令的输入和输出，包括图形的显示，如图 8-3，其中指令“Plot(sin(x)/x)”用于画出函数 $y=\dfrac{\sin x}{x}$ 的图形，指令“Limit(sin(x)/x,x,0)”用于计算函数 $y=\dfrac{\sin x}{x}$ 当 x →0 时的极限.

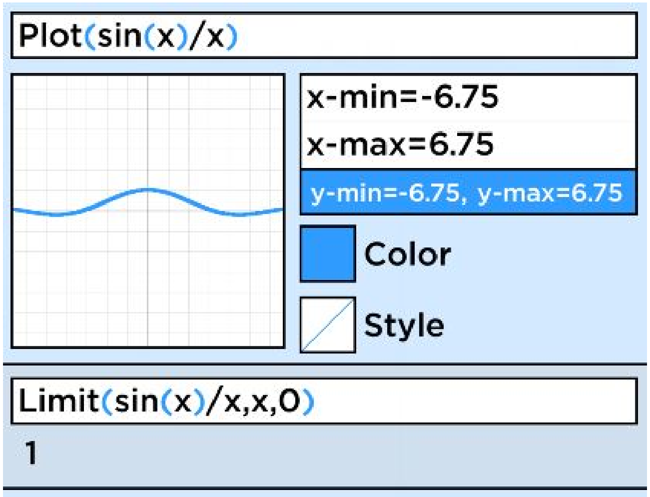


图 8—3

3 功能区

功能区用于对编辑区的指令进行各种操作，如图 8-4，左右拖动便可看到所有按键.

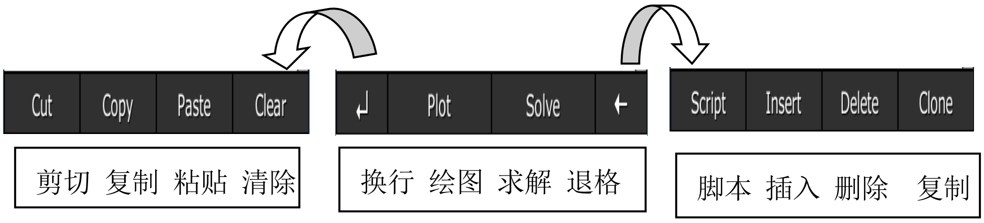


图 8—4

4. 键盘区

键盘区分为 6 个部分，通过在主键盘区上下左右滑动选择不同的键盘来输入，它们的相对位置如图 8-5 所示.

① 主键盘 ：有一般计算器存在的按键，并有少数特殊运算符和函数（见图 8-1）.

② 函数键盘：有常用的函数和常量，如图 8-6，其中最右一列中“D”表示求导，“$\int$ ”表示求积分，“Limit”表示求极限，这三个键涵盖了微积分最基本的三种运算.

③ 编程键盘：有各种脚本语言编写的关键字以及运算符.

④ 字符键盘：有英文字符（大写字母需先按向上键）和常用标点符号.

⑤ 绘图键盘：有两个绘图键盘，有各种绘图函数和指令.

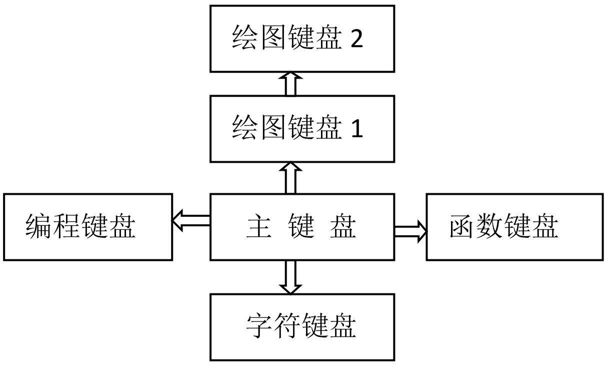


图 8—5

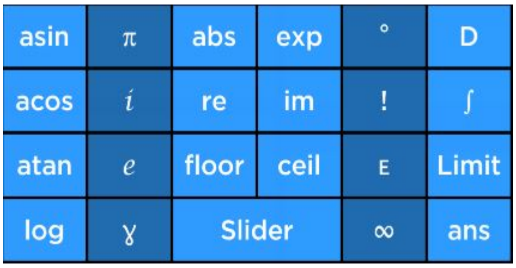


图 8—6

二、MathStudio 中的函数

1. 常量和变量

MathStudio 中的常量，包括数学、物理中常见的某些常数，用特殊字母表示，这些数的概念同数学中的概念完全一样.

符号	π	∞	e	i	γ	ans
常数	3.14159⋯	无穷大	2.71828⋯	虚数单位	欧拉常数	指令计算结果

MathStudio 中的变量名必须是以字母开头的并由字母或数字组成的字符串，但是不能含有空格或标点符号，大写与小写字母用来表示不同的变量．例如 x， a 1， N2 和 TL 都是合法的变量名，2 a 不是合法的变量名，a1 与 A1 是不同的变量.

2. 算术运算符

可利用键盘区的主键盘中的加、减、乘、除、乘方和开方等键，完成基本表达式的输入，点击功能区的 Solve 键即可完成求解，再次点击 Solve 键可以改变结果的精确数和浮点数（或近似数）显示方式，如输入“1/3+1”，运算一次显示“4/3”，再运算一次，则显示“1.33333”.

符号	+	-	*	/	^
运算	加法	减法	乘法	除法	乘方

3 函数

MathStudio 提供的函数种类繁多且功能强大，函数一词也不限于数学上的含义，有实现各种操作的函数．我们将 MathStudio 本身的内部函数统称为系统函数，还可以由用户自定义函数.

函数的调用方法为　　　**函数名（z）**

其中 z 可以是常数、变量、表达式

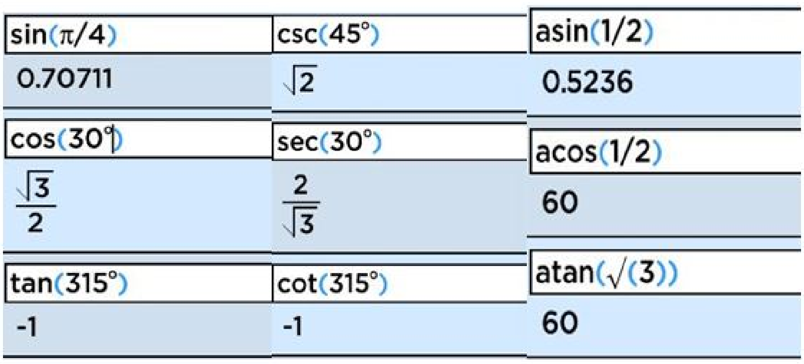


图 8—7

（1）对数函数　用函数log(a,z)来表示以常数 a 为底的实数 z 的对数．特别地，用函数 ln(z)表示以e为底的对数，用函数log(z) 表示以10为底的对数．

（2）三角函数和反三角函数　6 个三角函数和 3 个反三角函数的操作见图 8-7，三角函数的中的角可以为角度或弧度，反三角函数值通过设置Options 菜单的Angle Mode 选项可以改变结果的显示为角度还是弧度．

（3）初等函数　可以用运算符号和“(　)”表示数学中的初等函数，如 Sin（Exp（x））/x+(x+x^2-3x^4)/(1-x^2)表示数学函数$\frac{\sin(e^x)}{x}+\frac{x+x^2-3x^4}{1-x^2}$．

（4）自定义函数　MathStudio 支持自定义函数计算，如图 8-8，我们先定义函数$f(x)=2x^2-3x+1$,然后用 f(2)来求值．

（5）分段函数　用 Choose(test1, value1, test2, value2, ...) 表示，如图 8-8，其中 Choose(x>0,x,x≤0,-x)定义一个分段函数$g(x)=\begin{cases} x & x>0 \\ -x & x\le 0 \end{cases}$，实际上$g(x)=|x|$.

说明：

- 函数的输入可按照有关字符逐字输入，常用的函数可以在函数键盘上选择，不常用的函数还可以在 Catalog 菜单下按照首字母寻找；
- MathStudio 严格区分大小写，一般地，系统函数的首写字母必须大写，但也有一些函数的首字母大小写皆可，如图 8-9 中的 plot 函数.

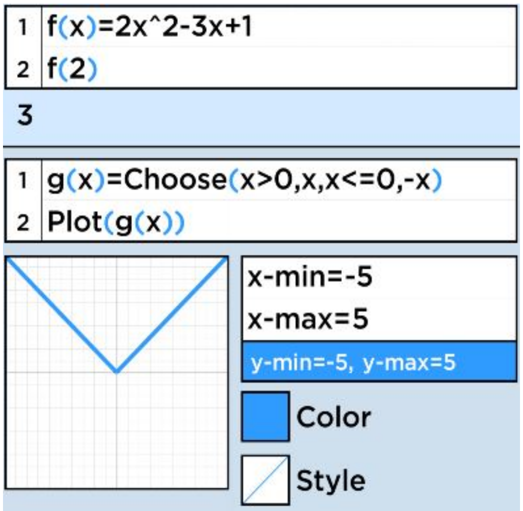


图 8—8

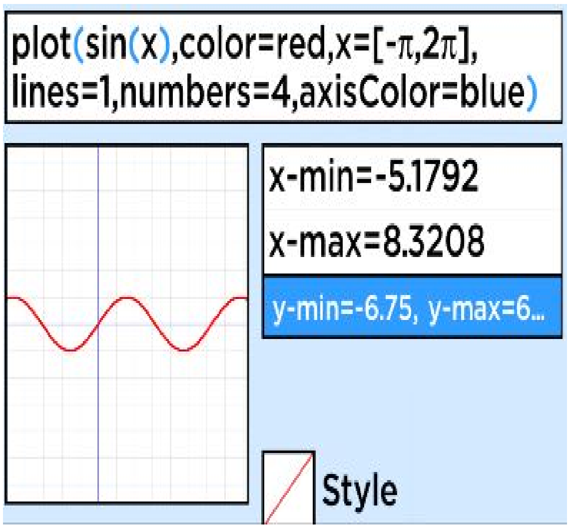


图 8—9

三、曲线作图

MathStudio 可以非常方便地作出任意函数的图像，让我们对于抽象的函数有具体的认识，从而使我们对高等数学的认识不再高深莫测．MathStudio能绘制直角坐标系函数图形、极坐标系函数图形、参数方程图形、隐函数图形，下. 面介绍各种绘图方法.

1.　Plot绘图

方法 1： 直接输入函数，然后点击功能区的Plot键即可. 点击【color】可以改变图形显示的颜色,点击【style】可以切换图形的显示方式(如图 8—8）.

方法 2： Plot(函数，[参数 1]，[参数 2]……)

如图 8—9 所示，Color=red 表示图形颜色为红色，x=[-π,2π]表示显示 x 的范围为[-π,2π]，lines=1 表示线条的粗细，numbers=4 表示设置坐标轴刻度为 4 的倍数，axisColor=blue 表示坐标轴颜色为蓝色.

双击图形，则放大图形如图 8-10 所示，其中图形下方“Move Trace Focus Table”分别表示图形的移动、追踪、放大和表格形式，“Zeros Minima Maxima”对应函数的零点、最小值、最大值开关，为我们今后学习函数的零点和最值提供必要的帮助.

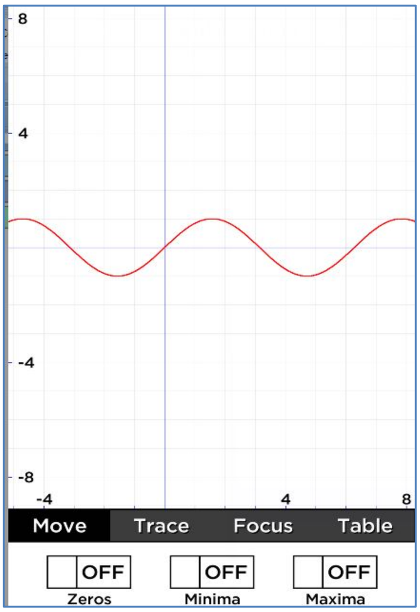


图 8—10

2 参数方程作图

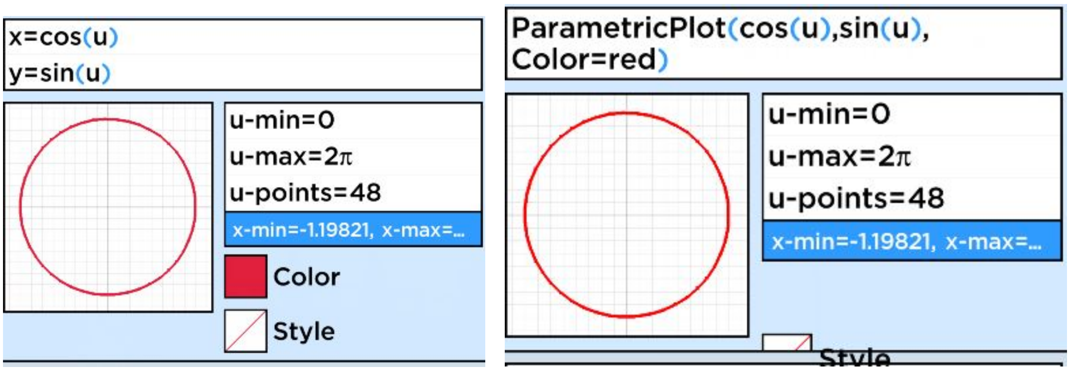
由于 Plot 绘图更多的是单值函数，所以对于像单位圆这样的曲线，我们可用参数方程作图.

例 1 用参数方程作图法绘制单位圆$\begin{cases} x = \cos u \\ y = \sin u \end{cases}$.

解 方法 1 在绘图键盘单击 Parametric 键，即可显示参数方程输入指令框，输入x和y关于参数u的方程就可绘制参数方程图形（如图 8-11(a)）.

方法 2 用绘图函数，可方便地设置图形属性（如图 8-11(b)），格式如下：

ParametricPlot(函数,[参数],...) 其中参数设置方法可参考 Plot 作图.



(a) (b)

图 8—11

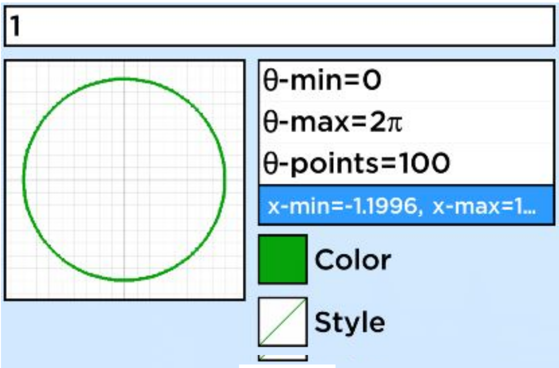
3 极坐标作图

例 2 用极坐标作图法绘制单位圆$r=1$.

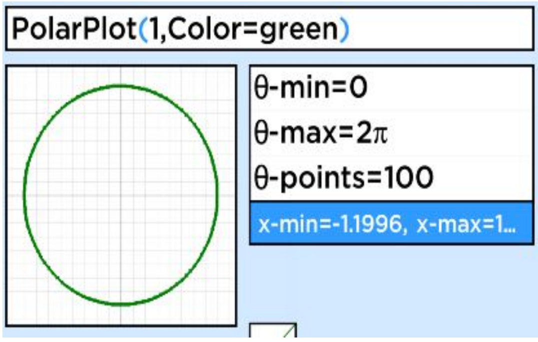
解 方法 1 在绘图键盘上单击 Polar 键，即可显示极坐标方程输入指令框，输入极坐标方程$r=1$就可绘制对应的单位圆（如图 8—12 (a)）.

方法 2　用绘图函数，可方便地设置图形属性（如图 8－12 (b)），格式如下：

PolarPlot(函数,[参数],...)　　　　　　其中参数设置方法可参考 Plot 作图.



(a)



(b)

图 8－12

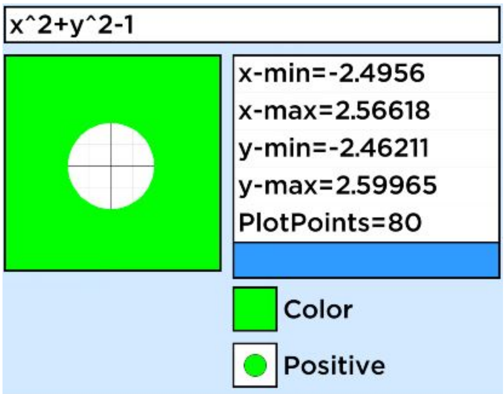
4 隐函数作图

例 3　用隐函数作图法绘制单位圆 $x^2+y^2-1=0$ 的图形.

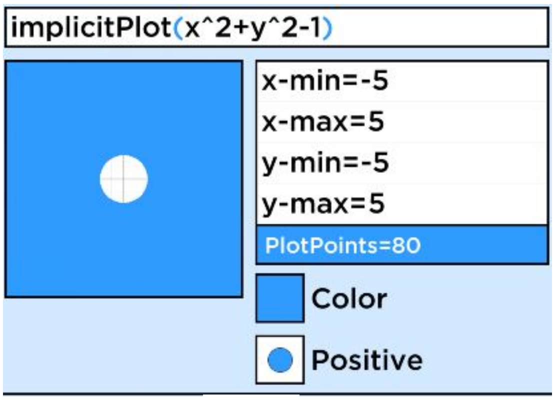
解　方法 1　在绘图键盘上单击 Implict 键，再在编辑区输入 x^2+y^2-1 就可绘制对应图形（如图 8－13(a)）.

方法 2　用绘图函数，可方便地设置图形属性（如图 8－13 (b)），格式如下：

implictPlot(函数,[参数],...)　　　　　其中参数设置方法可参考 Plot 作图.



(a)



(b)

图 8－13

5　MultiPlot 同时画几个函数图像

格式 MultiPlot（图 1，图 2，…）

例 4　同时画出圆 $x^2+y^2=4$、双曲线 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 及渐近线 $y=\pm\dfrac{3}{2}x$.

解　用极坐标作图作出圆（r=2），用隐函数作图法画双曲线 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}=1$，用 Plot 画两

条直线 $y=\pm\frac{3}{2}x$，如图 8－14 所示.

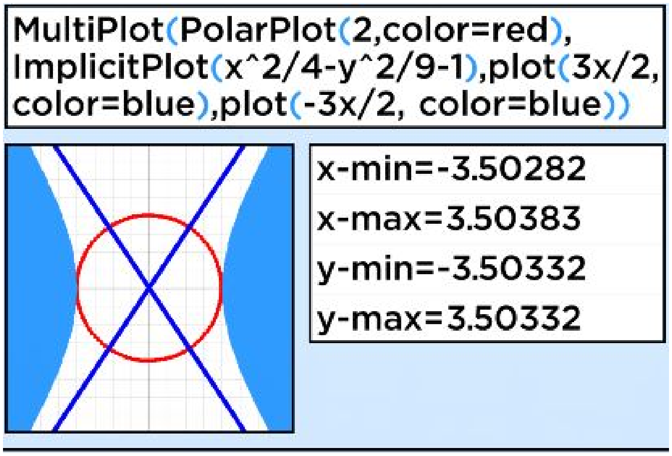
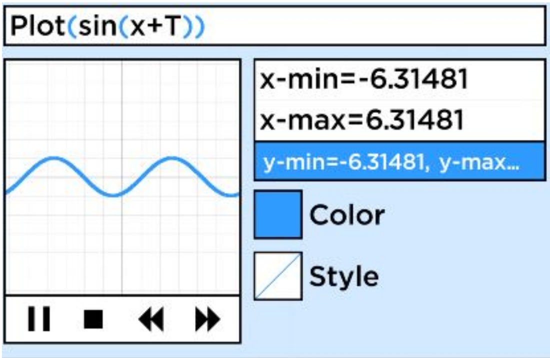


图 8－14

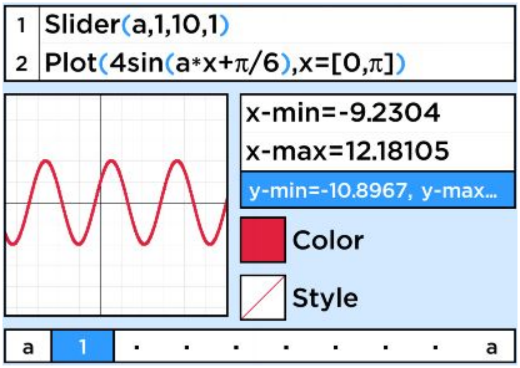
6 动画绘图

（1）时间变量 T 动画

在任何方式绘图的情况下，将某个变量加上一个时间变量 T，那么图形就会随着时间变量的变化，显示为动画的效果（如图 8－15（a））.



(a)



(b)

图 8－15

（2）Slider 滑动动画

格式　Slider(参数，初值，终值，步长)

在数学函数中设置某个变量在某范围中变化，可以观察到图形的变化，如图 8－15 (b)，在图形的最下方可以用手指调节参数 a 的大小，可以观察到图形随之变化.

第 2 节　MathStudio 与极限

Limit（f，x，a）	表示 x→a 时 f(x)的极限，默认右极限
Limit（f，x，a，1）	表示 x→a 时 f(x)的右极限
Limit（f，x，a，-1）	表示 x→a 时 f(x)的左极限
Limit（f，x，∞）	表示 x→+∞时 f(x)的极限
Limit（f，x，-∞）	表示 x→-∞时 f(x)的极限

例 1 利用 MathStudio 求极限 $\lim\limits_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}}$ 和 $\lim\limits_{x\to 0^-} e^{\frac{1}{x}}$.

解

```
Limit(exp(1/x),x,0,1)
∞
Limit(exp(1/x),x,0,-1)
0
```

例 2 利用 MathStudio 求下列极限：

（1）$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ ；（2）$\lim\limits_{x\to 1}(\dfrac{2}{x^2-1}-\dfrac{1}{x-1})$；（3）$\lim\limits_{x\to 2}(x-1)^{\frac{1}{x-2}}$ ；（4）$\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{3x+4}{3x-1})^{x+1}$.

解　注意第 4 问计算的结果是 $e^{\frac{5}{3}}\approx 5.29449$.

```
Limit((√(1+x)-1)/x,x,0)
0.5
Limit(2/(x^2-1)-1/(x-1),x,1)
-0.5
```

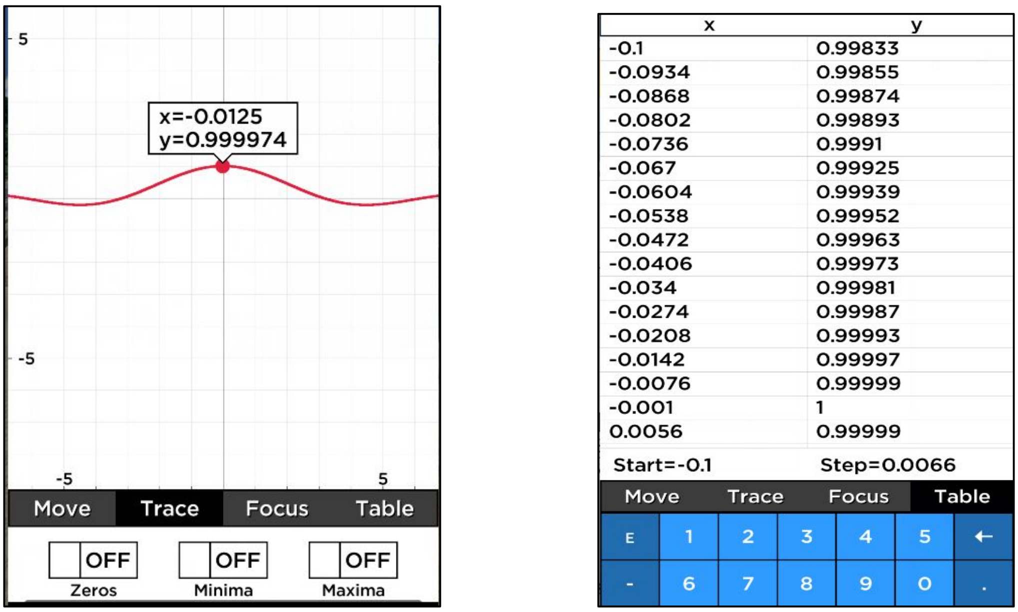
```
Limit((x-1)^(1/(x-2)),x,2)
e
Limit(((3x+4)/(3x-1))^(x+1),x,∞)
5.29449005047
```

例 3 利用 MathStudio 画出函数的图形，观察极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}$.

解　利用 MathStudio 画出函数的图形，双击放大，选择图形下方的“Trace”标签，我们观察到：当手指滑动时，图形上出现一个标有坐标位置的质点，如图 8-16（a）所示，当质点从 y 轴左边向 y 轴接近时，y 的值越来越接近于 1，即 $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sin x}{x}=1$；当质点从 y 轴右边向 y 轴接近时，y 的值越来越接近于 1，即 $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sin x}{x}=1$ 从而左右极限存在且相等，于是有 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$.

如果选择图形下方的“Table”标签，调整初值“ Start= -0.1”和步长“Step=0.0066”（调整的目的是使 $x \to 0^-$ ），出现如图 8-16 (b) 所示所示的表格形式，同样调整初值“ Start= 0.1”和步长“Step=-0.0066”（调整的目的是使 $x \to 0^+$ ），我们从表格数据中也能观察得到 $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$.

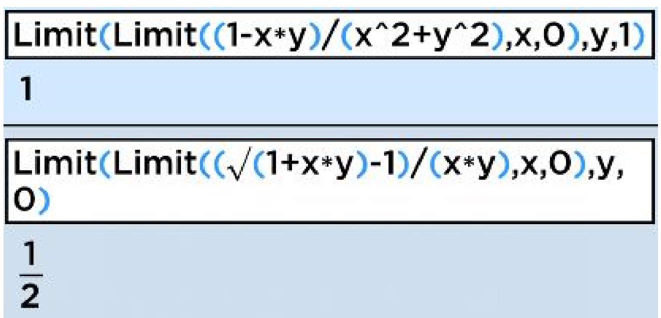
上面介绍的是一元函数的极限，对于多元函数，求极限的方法是类似的，只不过需要用到求极限函数的嵌套来实现.



(a)　　　　　　　图 8-16　　　　　　　(b)

例 4 利用 MathStudio 求（1）$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 1}} \dfrac{1 - xy}{x^2 + y^2}$；（2）$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{\sqrt{xy+1} - 1}{xy}$.

解



第 3 节　用 Mathstudio 研究导数

D(f,x)	求函数 f(x)的导数/ f(x,y)对 x 的偏导数
D(f,x,n)	求函数 f(x)的 n 阶导数或/ f(x,y)对 x 的 n 阶偏导数
'命令	先自定义函数 f(x),然后用 $f'(x)$、$f''(x)\cdots$ 求各阶导数
iDiff(f(x,y),y,x,n)	求隐函数 f(x,y)=0 所确定的 y 关于 x 的n阶导数
fDiff(f(x,y),[x,y])	求二元函数 Z=f(x,y)的全微分

例 1（1） 已知 $y=\sin 2x$，求 y'、$y^{(6)}$；

（2） 已知 $y=x^6+3x^3+2x^2+x-8$，求 $f'(x)$、$f''(x)$、$f^{(6)}(x)$.

解

```
D(sin(2x))
```
$2\cos[2x]$

```
D(sin(2x),x)
```
$2\cos[2x]$

```
D(sin(2x),x,6)
```
$-64\sin[2x]$

```
1 f(x)=x^6+3x^3+2x^2+x-8
2 f'(x)
```
$6x^5+9x^2+4x+1$

```
f''(x)
```
$30x^4+18x+4$

```
f''''''(x)
```
720

例 2（1） 已知 $x^3+y^3=3xy$，求 $\frac{dy}{dx}$；（2） 已知 $x^2+y^2=16$，求 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

解　软件所得结果还需化简.

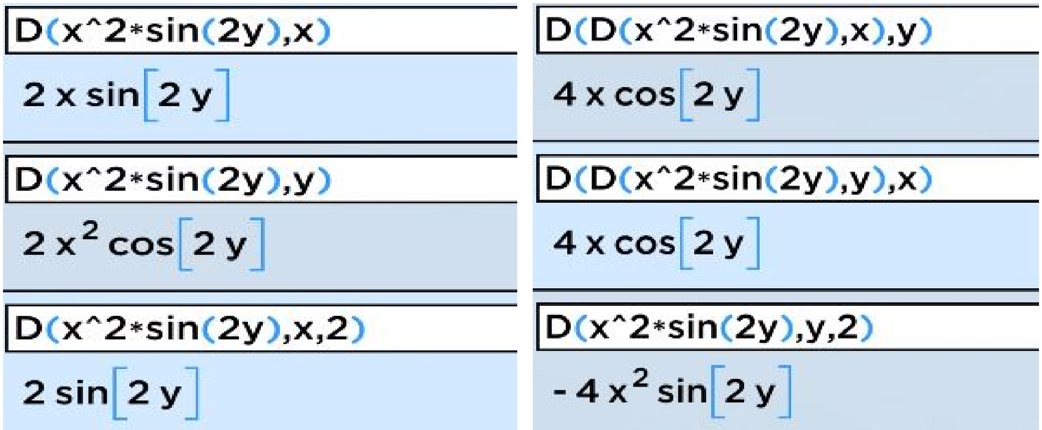
```
iDiff(x^3+y^3-3x*y,y,x)
```
$$\frac{-3x^2+3y}{-3x+3y^2}$$

```
iDiff(x^2-y^2-16,y,x,2)
```
$$\frac{y^3-x^2y}{y^4}$$

例 3 已知 $z=x^2\sin 2y$，求：

（1）　一阶偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$、$\frac{\partial z}{\partial y}$；（2）二阶偏导数 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$、$\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$、$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$、$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

解



例 4 动画演示：判断函数 $f(x)=x^{\frac{2}{3}}$ 在 x=0 处是否有切线？

解 第一行用 Slider 函数设置参数 a 从初值 10 到终值 0，步长为-0.001；第二行自定义函数 $f(x)=x^{\frac{2}{3}}$；第三行同时显示函数 f（x）和过坐标原点的割线 OP（即过原点和 f(x) 上的点 P(a,f(a)））的图形，滑动 a 从初值 10 到终值 0(即 $x\to 0^{+}$)，可以发现割线 OP 越来越接近 y 轴，同理修改第一句为“Slider (a,-10,0,0.001)（即 $x\to 0^{-}$），也能有同样的结果，所以该函数在 x=0 处有切线为 y 轴.

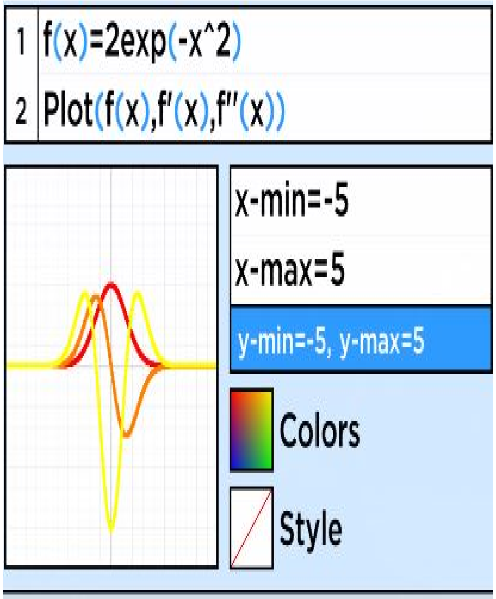
(a) (b)

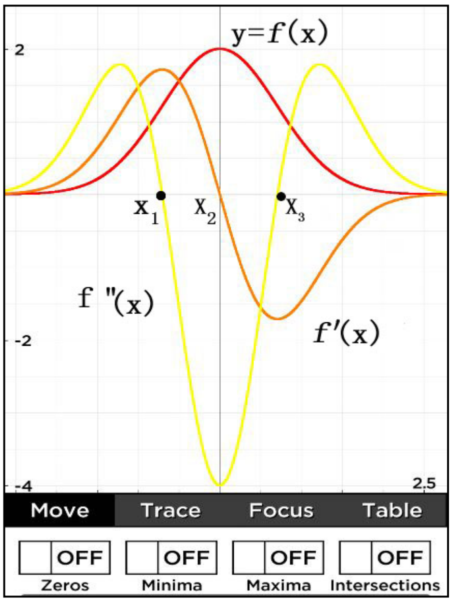
图 8-17

我们知道，对于可导函数而言，函数的极值点一定驻点，即一阶导数 $f'(x)$ 等于 0 的点，而函数的拐点一定是二阶导数 $f''(x)$ 等于 0 的点.

例 5 以函数 $f(x)=2e^{-x^2}$ 为例，观察函数的极值点、拐点与 $f'(x)$、 $f''(x)$ 的关系.

解





(a) 图 8-17 (b)

在图 8-17（b）中， x_2 是函数 f(x)的极大值点，也是函数 $f'(x)$ 的零点和 $f''(x)$ 的极小值点， x_1、 x_3 是函数 f(x)的拐点，也是函数 $f'(x)$ 的极值点和 $f''(x)$ 的零点.

读者可以在这个基础上加上 $f'''(x)$、 $f^{(4)}(x)$ 的图像，进一步理解

（1）函数的极值点，其奇数阶（n=1, 3⋯）的导数为零，其偶数阶(n=2，4，6⋯)的导数取得极值(极大值和极小值交替出现).

（2）函数的拐点，其奇数阶（n=1, 3⋯）的导数产生极值，其偶数阶(n=2，4，6⋯)的导数为零(极大值和极小值交替出现).

第 4 节　MathStudio 与积分

$\int(f,x)$	或	**integrate(f,x)**	求函数 f(x)的不定积分
$\int(f,x,a,b)$	或	**integrate(f,x,a,b)**	求函数 f(x)在区间[a,b]上的定积分
Nintegrate(f,x,a,b)			求函数 f(x)在区间[a,b]上的数值积分

注：符号“$\int$ ”可从函数键盘中直接输入.

例 1 求（1）$\int_0^{\pi} e^x \sin x dx$（2）$\int e^x \sin x dx$.

解

```
∫(exp(x)*sin(x),x,0,π)
```

$$\frac{1}{2}e^{\pi}+\frac{1}{2}$$

```
∫(exp(x)*sin(x))
```

$$-\frac{\cos[x]e^x}{2}+\frac{\sin[x]e^x}{2}$$

我们知道，积分$\int \frac{\sin x}{x}dx$、$\int e^{-x^2}dx$是无法用初等函数表示的，但其定积分$\int_0^{\pi}\frac{\sin x}{x}dx$是可以计算的.

例 2 求（1）$\int \frac{\sin x}{x}dx$（2）$\int_0^{\pi}\frac{\sin x}{x}dx$.

解

```
∫(sin(x)/x)
```

Si[x]

```
∫(sin(x)/x,x,0,π)
```

1.85194

利用定积分的嵌套可以方便地求解二重积分或二次积分.

例 3 求（1）$\iint\limits_D (x^2-2xy)d\sigma$，$D=\{(x,y)\,|\,1\le x\le 3,-1\le y\le 2\}$；

（2）$\int_0^1 dx\int_0^x \frac{\sin x}{x}dy$；（3）$\int_{-1}^{2}dy\int_{y^2}^{y+2}xydx$

解

```
∫(∫(x^2-2x*y,y,-1,2),x,1,3)
```

14

```
∫(∫(sin(x)/x,y,0,x),x,0,1)
```

$-\cos[1]+1$

```
∫(∫(x*y,x,y^2,y+2),y,-1,2)
```

$$\frac{45}{8}$$

第 5 节　MathStudio 与常微分方程

DSolve(equation, y(x),no)	求无初值的微分方程的通解 y(x)
DSolve(equation, y(x), y(x_0)= y_0)	求满足 y(x_0)= y_0 的一阶微分方程的特解 y(x)
DSolve(equation, y(x), $y(x_0)=y_0, y'(x_1)=y_1$)	求满足 $y(x_0)=y_0, y'(x_1)=y_1$ 的二阶微分方程的特解 y(x)
DSolve(equation, y(x), $[y_0, y_1]$)	求满足 $y(0)=y_0, y'(0)=y_1$ 的二阶微分方程的特解 y(x)

说明：其中微分方程中涉及到 y 均写成 y(x)，y' 均写成 $y'(x)$，y'' 均写成 $y''(x)$，依次类推.

例1　求（1）微分方程 $xy'+2y=e^x(x>0)$ 的通解；（2）满足初始条件 y(1)=0 的特解.

解

```
DSolve(x*y'(x)+2*y(x)=x^2,y(x),no)
```

$$\frac{x^2}{4}+\frac{C_1}{x^2}$$

```
DSolve(x*y'(x)+2*y(x)=x^2,y(x),y(1)
=0)
```

$$\frac{x^2}{4}-\frac{1}{4x^2}$$

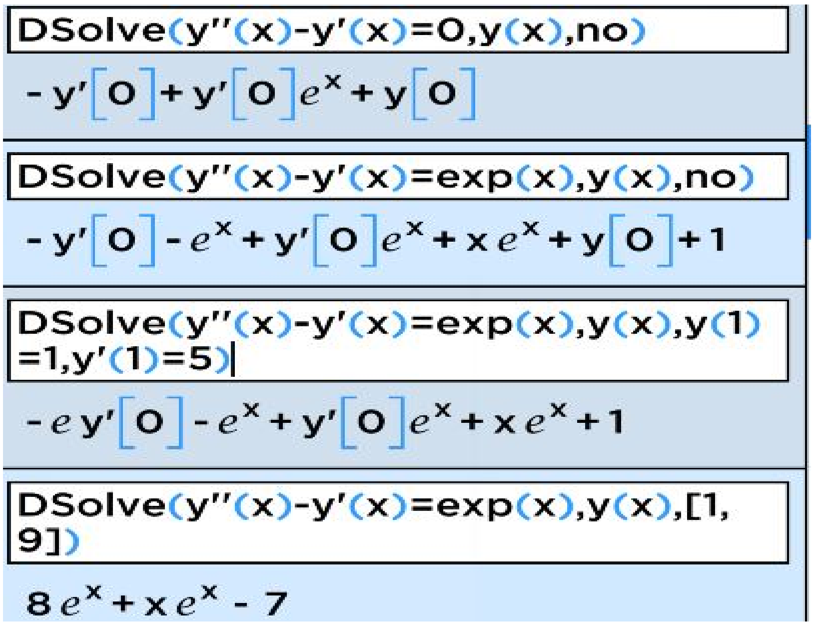
例 2　求解二阶常系数微分方程，并分析二阶常系数微分方程解得结构.

(1) $y''-y'=0$；(2) $y''-y'=e^x$；

(3) 求 $y''-y'=e^x$ 满足初始条件 $y(1)=1, y'(1)=5$ 的特解；

(4) 求 $y''-y'=e^x$ 满足初始条件 $y(0)=1, y'(0)=9$ 的特解.

解 方程（1） $y''-y'=0$ 二阶常系数齐次微分方程，它的通解为 $y=c_1e^x+c_2$，其中 $c_1=y'[0],\ c_2=y[0]-y'[0]$；方程（2） $y''-y'=e^x$ 是非齐次方程，通解为 $y=xe^x+c_1e^x+c_2$，$c_1=y'[0]-1,\ c_2=y[0]-y'[0]+1$，方程（3）和（4）都是带初始条件的非齐次方程.



第 6 节　MathStudio 与曲面作图

MathStudio 可以作出任意曲面的图形，用 MathStudio 作曲面的图形，需要输入操作命令、函数表达式和函数的图像范围，这个范围一般是矩形 {(x， y) | a ≤ x ≤ b， c ≤ y ≤ d }，称其为图像的矩形观察区. 如果观察区选择不当，计算机会显示一个不完整，甚至会使人产生误解的图形. 因此在确定观察区时，先要对函数作初步分析，或在作图时对观察区的取值作调整，以便得到最能体现函数特征的图像. 下面介绍各种绘图方法 .

1.　Plot 绘图

直接输入函数，然后点击功能区的Plot键即可.

双击图形，则放大图形如图 8-18 所示，图 8-18 对应的是二元函数 $z=\sin(x+y)$ 的图形，其中图形下方“Rotate　Move　Window”标签分别表示图形的旋转、移动、窗口，　选择“Colors”调整图形或线条的颜色；选择“Solid”改变图形显示方式.

2. Plot3D(函数，[参数 1]，[参数 2]……)

几种常见的参数设置如下：

- 颜色的设置，最常用的是直接输入颜色的名称如图形的颜色 Color=red，图形中点的颜色 pointColor=green，图形中线的颜色 lineColor=yellow，图形背景颜色 backgroundColor=blue；
- 窗口的设置，如[x,-20,20,60]表示 x 在区间[-20,20]，points=60 是可选项；

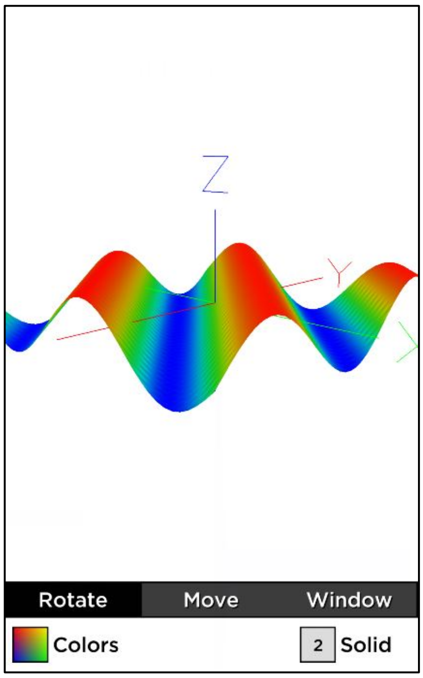


图 8-18

3. 参数方程作图

由于 Plot3D 绘图更多的是单值函数，所以对于常见的曲面，我们更多地用参数方程作图.

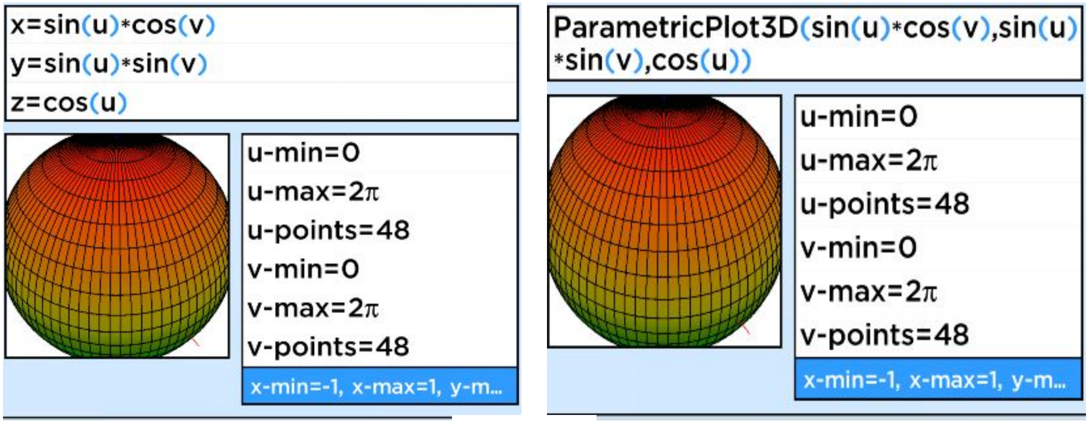
例 1 用参数方程作图法绘制球心在坐标原点的单位球.

解 所求单位球的参数方程为 $\begin{cases} x = \sin u \cos v \\ y = \sin u \sin v \\ z = \cos u \end{cases}$，可通过下列两种方法绘制单位球.

方法 1　在绘图键盘单击 Parametric3D 键，即可显示参数方程输入指令框，输入 x、 y 和 z 关于参数u、v的方程，再点击 Plot 键就可绘制图形（如图 8-19(a)）.

方法 2　用绘图函数，可方便地设置图形属性（如图 8-19(b)），格式如下：

ParametricPlot3D(函数,[参数],...)　　　其中参数设置方法可参考 Plot3D 作图



(a)　　　　图 8—19　　　　(b)

下面列出常见的二次曲面的参数方程便于读者参考.

(1) 椭球 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = a\sin u \cos v \\ y = b\sin u \sin v \\ z = c\cos u \end{cases}$，

(2) 单叶双曲面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = a\sec u \cos v \\ y = b\sec u \sin v \\ z = c\tan u \end{cases}$，

(3) 双叶双曲面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = a\tan u \cos v \\ y = b\tan u \sin v \\ z = c\sec u \end{cases}$，

(4) 椭圆锥面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$ 的参数方程为 $\begin{cases} x = au\cos v \\ y = bu\sin v \\ z = cu \end{cases}$，

(5) 椭圆抛物面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=\frac{z}{c}$ 的参数方程为 $\begin{cases} x=au\cos v \\ y=bu\sin v \\ z=cu^2 \end{cases}$，

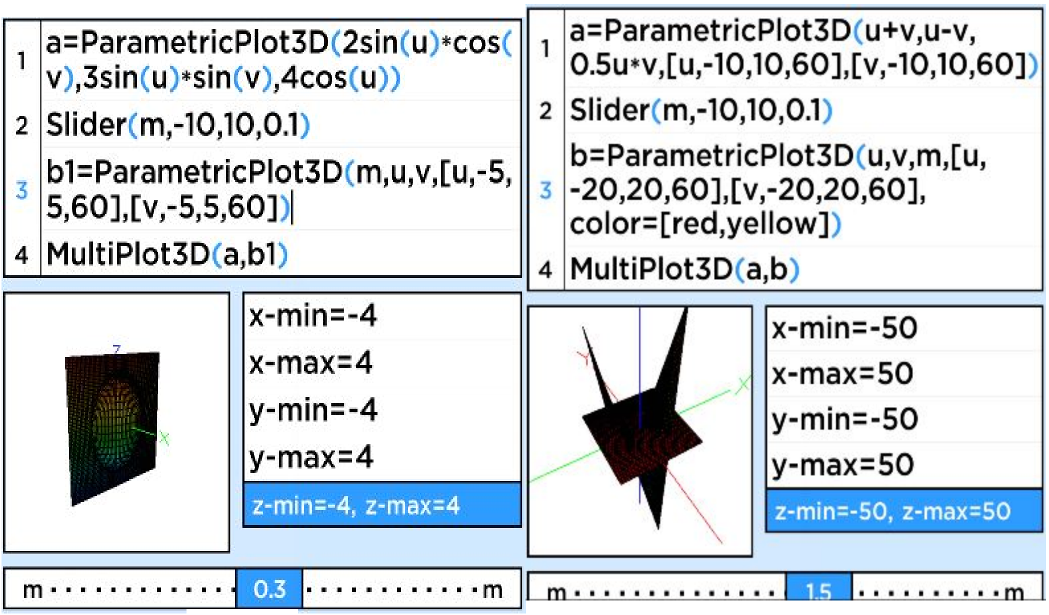
(6) 双曲抛物面 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\frac{z}{c}$ 的参数方程为 $\begin{cases} x=a(u+v) \\ y=b(u-v) \\ z=4cuv \end{cases}$

4 MultiPlot3D 同时画几个函数图像

格式 MultiPlot3D（图 1，图 2，…）

例 4 用截痕法观察椭球面 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{16}=1$.

解 先用参数方程 $\begin{cases} x=2\sin u\cos v \\ y=3\sin u\sin v \\ z=4\cos u \end{cases}$ 作出椭球 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{16}=1$(变量 a)，再用 Slider 语句和参数方程 $\begin{cases} x=m \\ y=u \\ z=v \end{cases}$ 作一个运动的平面 x=m(变量 b1)，再用 MultiPlot3D 语句同时画出图形 a 和 b1，同理把平面 x=m（变量 b1）换成平面 y=m（变量 b2）和平面 z=m（变量 b3）.



（a）　　　　　　　　　　（b）

图 8—20

读者可以试着把椭球面换成其他曲面，观察截痕的变化，如图图 8—20(b)就是用截痕

法来观察双曲面 $\begin{cases}x=(u+v)\\ y=(u-v)\\ z=0.5uv\end{cases}$，即 $x^2-y^2=8z$ 被平面 z=m 所截得的截痕.

例 5 作出由旋转抛物面 $z=2-x^2-y^2$ 与锥面 $z^2=x^2+y^2$（$z\geqslant 0$）所围成的几何体（见第五章§3例2）.

解　虽然两个曲面都可以用 Plot3D 画图，但由于观察区域的局限性，所画出的图形并不美观，所以考虑用参数方程法来画图形(图 8-21).

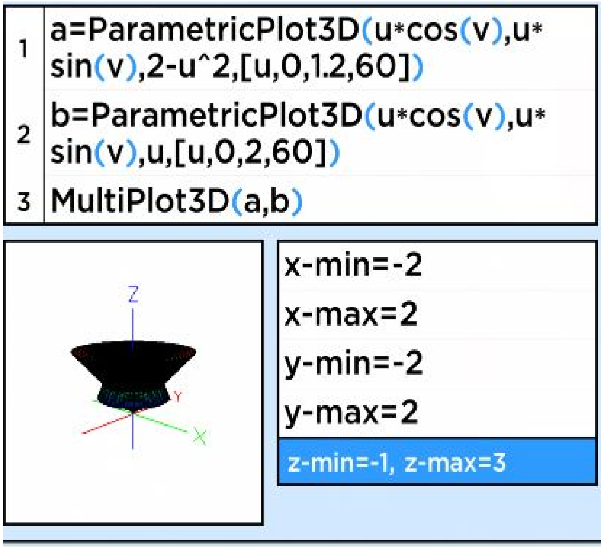


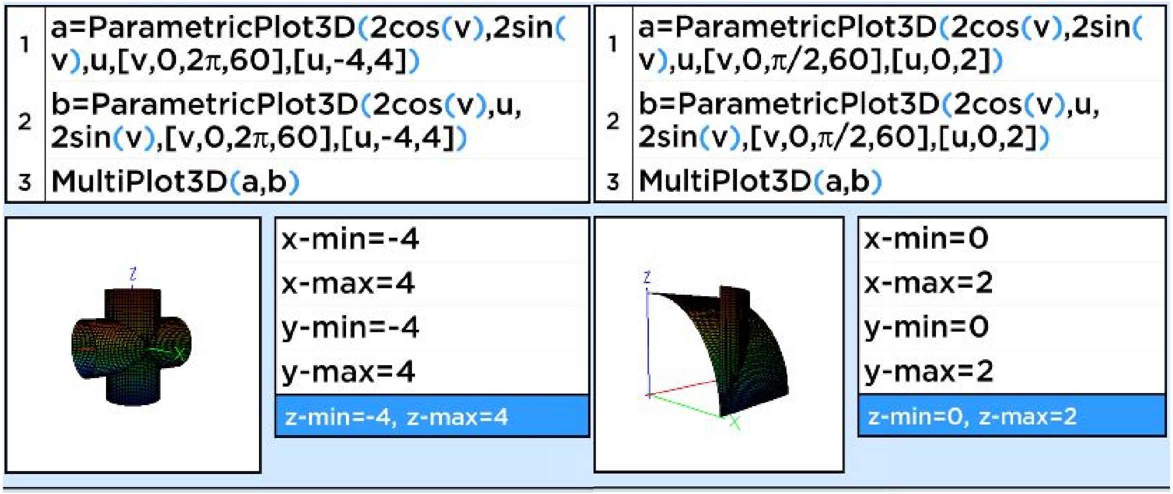
图 8—21

其中旋转抛物面 $z=2-x^2-y^2$ 的参数方程 $\begin{cases}x=u\cos v\\ y=u\sin v\\ z=2-u^2\end{cases}$，锥面 $z^2=x^2+y^2$（$z\geqslant 0$）的参数方程 $\begin{cases}x=u\cos v\\ y=u\sin v\\ z=u\end{cases}$，其中“[u，0，1.2，60]”表示参数 U 的范围是[0,1.2],U-points=60.

例 6 作出两个底半径均为 R 的直交圆柱面 $x^2+y^2=R^2$ 和 $x^2+z^2=R^2$ 所围成的几何体（见第五章§3例3）.

解　考虑用参数方程法来画图形.

其中圆柱面 $x^2+y^2=R^2$ 的参数方程 $\begin{cases}x=R\cos v\\ y=R\sin v\\ z=u\end{cases}$，圆柱面 $x^2+z^2=R^2$ 的参数方程的参数方程 $\begin{cases}x=R\cos v\\ y=u\\ z=R\sin v\end{cases}$，注意图 8—22(b)显示的是所围几何体在第一卦限中空间，其中“[v，0，π/2，60]”表示参数 v 的范围是[0, π/2],V-points=60.



(a) (b)

图 8—22

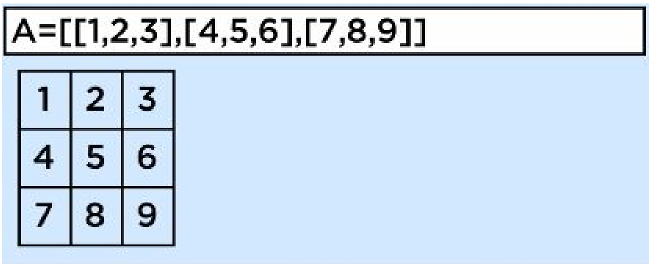
第 7 节　MathStudio 与矩阵

一、矩阵的表示

在 MathStudio 中，向量和矩阵是以表的形式给出的．一层表在线性代数中表示向量，二层表表示矩阵．如矩阵$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$可以用数表[[2,3],[4,5]]表示．

例 1　试用 A 表示矩阵$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$，并以矩阵的形式输出．

解



二、矩阵的运算

A+B	计算矩阵 A+B
kA	常数 k 乘以矩阵 A
A*B	两个矩阵相乘
A^n	矩阵 A 的 n 次方运算
Inverse(A)	求矩阵 A 的逆矩阵
Transpose(A)	求矩阵 A 的转置

Det(A)	计算矩阵 A 的行列式

例 2 设 $A=\begin{pmatrix}3&4&5\\4&2&6\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}4&2&7\\1&9&2\end{pmatrix}$, 求 $A+B, 4B-2A$.

解

```
1 A=[[3,4,5],[4,2,6]]
2 B=[[4,2,7],[1,9,2]]
3 A+B
```

7	6	12
5	11	8

```
4B-2A
```

10	0	18
-4	32	-4

如果矩阵 *A* 的行数等于矩阵 *B* 的列数，则可进行求 *AB* 的运算．系统中乘法运算符为“*”，即用 A*B 求 *A* 与 *B* 的乘积．

例 3 设 $A=\begin{pmatrix}-1&1&1\\1&-1&1\\1&2&3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}3&2&1\\0&4&1\\-1&2&-4\end{pmatrix}$, 求 $3AB-2A$ 及 A^TB.

解

```
1 A=[[-1,1,1],[1,-1,1],[1,2,3]]
2 B=[[3,2,1],[0,4,1],[-1,2,-4]]
3 3A*B-2A
```

-10	10	-14
4	2	-14
-2	44	-33

```
Transpose(A)*B
```

-4	4	-4
1	2	-8
0	12	-10

例 4 设 $A=\begin{pmatrix}1&-1&2\\2&-3&5\\3&-2&4\end{pmatrix}$ 求 A^{-1} 和|A|

解

```
1 A=[[1,-1,2],[2,-3,5],[3,-2,4]]
2 Inverse(A)
```

-2	0	1
7	-2	-1
5	-1	-1

```
Det(A)
```

1

三、矩阵的秩

求矩阵的秩，可以通过命令 RowReduce(A)对矩阵 A 作初等行变换化成作行最简形，观察其中非零行的行数，即为所求矩阵的秩.

例 5 设 $A=\begin{pmatrix}2 & -3 & 8 & 2\\ 2 & 12 & -2 & 12\\ 1 & 3 & 1 & 4\end{pmatrix}$，求矩阵 *A* 的秩.

解

```
A=[[2,-3,8,2],[2,12,-2,12],[1,3,1,4]]
```

2	-3	8	2
2	12	-2	12
1	3	1	4

```
RowReduce(A)
```

1	0	3	2
0	1	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
0	0	0	0

由于非零行的行数为 2，因此 *A* 的秩为 2.

第 8 节　用 MathStudio 解方程（组）

对于一般的方程或方程组，都可以通过 Solve 命令求解；对于线性方程（组）$AX=b$，如果 A 可逆，得 $x=A^{-1}\cdot b$.

命令格式如下：

Solve（f(x),x）	给出一般方程 f(x)=0 的解
nSolve（f(x),x,a）	给出一般方程 f(x)=0 在 a 附近的解

例 1　解方程 $x^3+3x^2-5x-15=0$

解

```
Solve(x^3+3x^2-5x-15,x)
[-3, -√5, √5]
```

```
nSolve(x^5-2x+3,x,0)
-1.42361
```

例 2　解方程组 $\begin{cases} 3x+2y+z=7, \\ x-y+3z=6, \\ 2x+4y-4z=-2. \end{cases}$

解

```
1  A=[[3,2,1],[1,-1,3],[2,4,-4]]
2  b=Transpose([7,6,-2])
3  Transpose(Inverse(A)*b)
```

1	1	2

```
Solve(3x+2y+z=7,x-y+3z=6,2x+
4y-4z=-2)
[x=1, y=1, z=2]
```