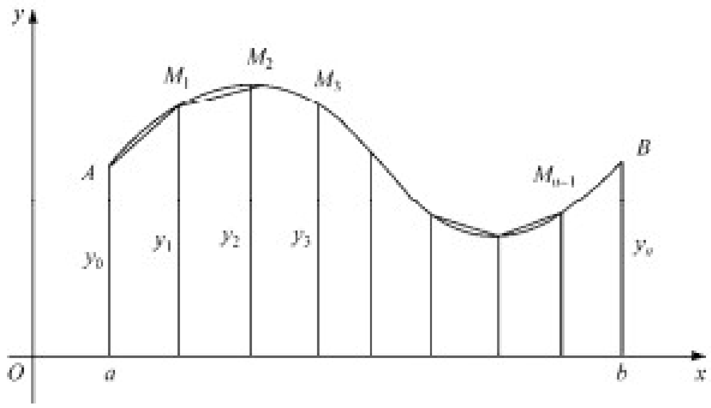
定积分在医学中的应用--梯形法则

泰山护理职业学院
张　莉

虽然根据牛顿--莱布尼茨公式，我们可借助于求原函数来计算定积分，但在实际问题中，函数关系往往是用曲线或表格给出，而不是用公式给出的；而且有些被积函数即使是用公式表示的，但要求出它的原函数却很困难，在这些情况下，会遇到定积分的**近似计算**问题.

定积分 $\int_a^b f(x)dx$ 的近似计算的基本出发点是基于**定积分的几何意义**，即以曲线 $y = f(x)$ 为曲边的曲边梯形的面积．因此，无论用什么方法，只要把这个面积近似地讨论出来，也就得到了定积分的近似值．在药物动力学和药剂学中常用“**梯形法则**”近似地计算定积分.

设被积函数 $y = f(x)$ 的图形如图示. 所谓“梯形法则”就是把曲边梯形分成若干个小曲边梯形，然后用相应的小梯形来近似代替小曲边梯形，从而求得定积分的近似值，具体做法如下:



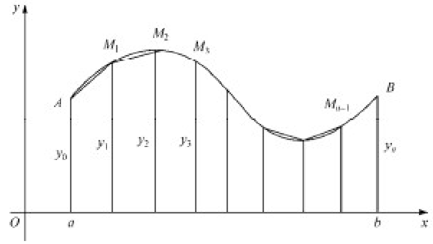
取分点 $a = x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_{n-1} < x_n = b$,

分 $[a,b]$ 为 n 个长度相等的小区间 $[x_{i-1}, x_i]\,(i = 1,2,\cdots,n)$.

记 $\Delta x_i = x_i - x_{i-1} = \dfrac{b-a}{n}$.

设函数 $y=f(x)$ 对应的各分点的函数值为 $y_0, y_1, y_2, \cdots y_{n-1}, y_n$.

将曲线 $y=f(x)$ 上相邻两点用线段 $AM_1, M_1M_2, \cdots M_{n-1}B$ 连接起来，便得到 n 个小梯形，这 n 个小梯形面积之和，就是定积分 $\int_a^b f(x)dx$ 的一个近似值，而梯形面积等于两底之和乘以高再除以 2，于是



$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{1}{2}(y_0+y_1)\Delta x+\frac{1}{2}(y_1+y_2)\Delta x+\cdots+\frac{1}{2}(y_{n-1}+y_n)\Delta x$$

即 $$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}(\frac{y_0}{2}+y_1+y_2+\cdots+y_{n-1}+\frac{y_n}{2})$$

例 3 设一受试者口服某药后，测得一些$c-t$数据如下.

时间 (h)	0	1	2	3	4	5	6	8	10	12
血药浓度 (ug/ml)	0	10. 2	19. 3	21. 4	17. 7	16. 4	13. 8	9. 8	7. 4	5. 3

求$0\sim12$小时内$c-t$曲线下面积AUC.

解 注意从第 6 小时起采用的血样时间间隔与前面不同，因此，需把

定积分$\int_0^{12}c(t)dt$分成$\int_0^6 c(t)dt$和$\int_6^{12}c(t)dt$两个部分来计算，即

$$\int_0^{12}c(t)dt=\int_0^6 c(t)dt+\int_6^{12}c(t)dt$$

利用梯形法则，有

$$\int_0^6 c(t)dt \approx \frac{6-0}{6}(\frac{0}{2}+10.2+19.3+21.4+17.7+16.4+\frac{13.8}{2})=91.9$$

$$\int_6^{12} c(t)dt \approx \frac{12-6}{3}(\frac{13.8}{2}+9.8+7.4+\frac{5.3}{2})=53.5$$

于是，有

$$AUC=\int_0^{12} c(t)dt \approx 91.9+53.5=145.4(\mu g \cdot h/ml)$$

Thanks.

谢 谢 观 看