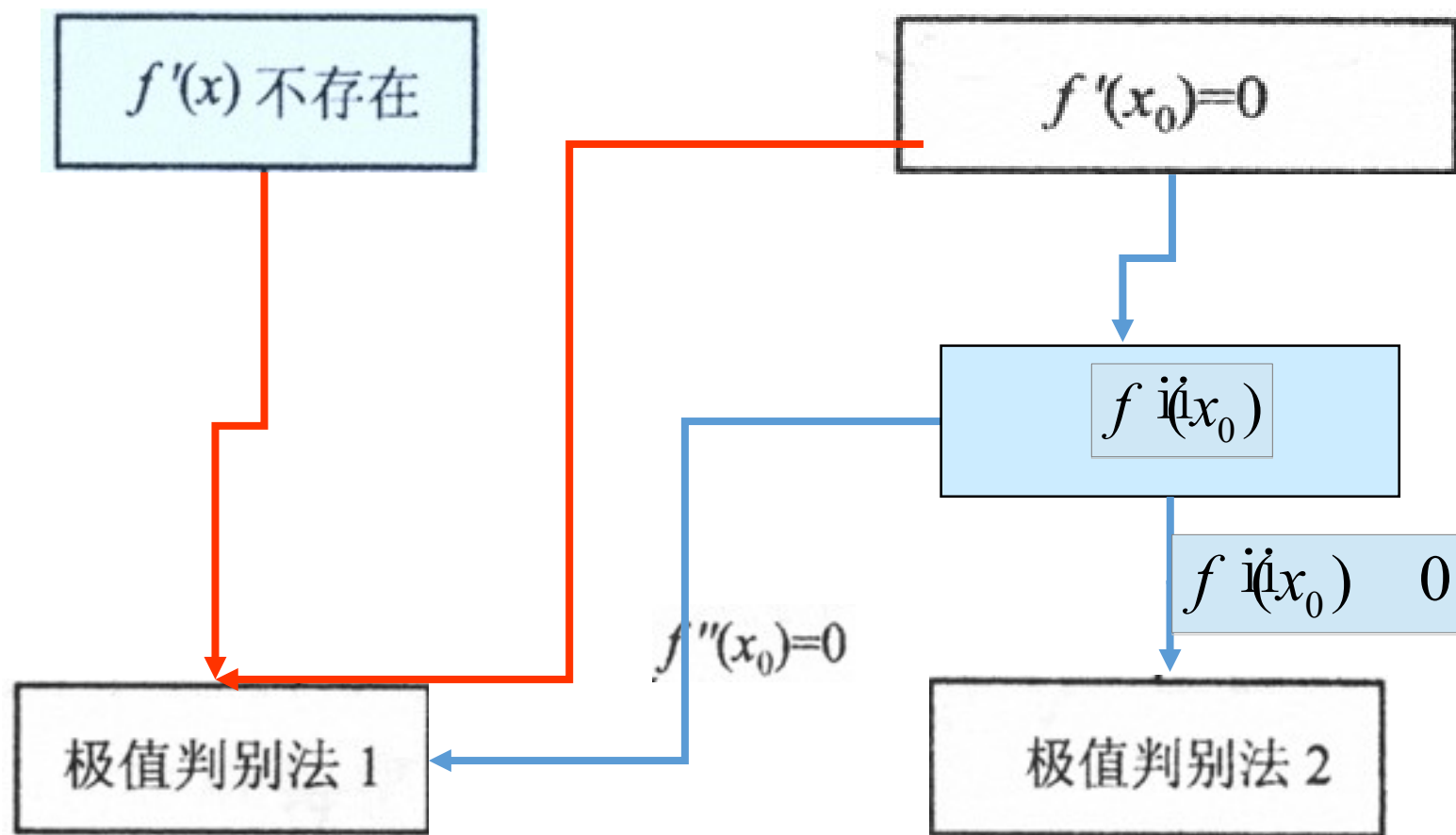


22.4 函数极值的第二判别法 (二)

泰山护理职业学院

李辉

复习回顾



应用举例

例 1 求函数 $f(x)=(x^2-1)^3+1$

的极值
解 $f'(x)=6x(x^2-1)^2$.

令 $f'(x)=0$ 求得驻点 $x_1=-1$, $x_2=0$, $x_3=1$.

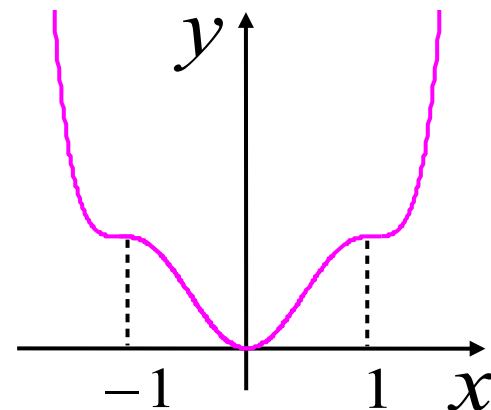
$$f''(x)=6(x^2-1)(5x^2-1).$$

因为 $f''(0)=6 \neq 0$, 所以 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极小值极小值为 $f(0)=0$.

因为 $f''(-1)=f''(1)=0$, 所以用极值第二判别法无法判别.

因为在 -1 的左右邻域内 $f'(x) \geq 0$, 所以 $f(x)$ 在 -1 处没有极值.

因为在 1 的左右邻域内 $f'(x) \geq 0$, 同理, $f(x)$ 在 1 处也没有极值.



应用举例

例 2 试问 a 为何值时 $f(x) = a \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x$ 在 $x = \frac{2}{3}\pi$ 时取得极值，
求出该极值，并指出它是极大 还是极小值。

解： $\ominus$ $f'(x) = a \cos x + \cos 3x$ ，由题意应有

$$f'\left(\frac{2}{3}\pi\right) = a \cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) + \cos 3\left(\frac{2}{3}\pi\right) = 0 \quad \text{即} \quad -\frac{1}{2}a + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

又 $\ominus$ $f''(x) = -2 \sin x - 3 \sin 3x$ ， $f''\left(\frac{2}{3}\pi\right) = -2 \sin\left(\frac{2}{3}\pi\right) - 3 \sin\left(3 \cdot \frac{2}{3}\pi\right) = -\sqrt{3} < 0$

$$\therefore f(x) \text{ 取得极大值为 } f\left(\frac{2}{3}\pi\right) = \sqrt{3}$$

课堂小结

函数的极值的判别法

(1) 可疑极值点 使导数为 0 或不存在的点

(2) 第一判别法

$f'(x)$ 过 x_0 左正右负

$f(x_0)$ 为极大值

$f'(x)$ 过 x_0 左负右正

$f(x_0)$ 为极小值

(3) 第二判别法

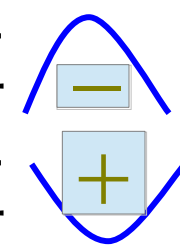
$f'(x_0) = 0, f''(x_0) < 0$

$f(x_0)$ 为极大值

$f'(x_0) = 0, f''(x_0) > 0$

$f(x_0)$ 为极小值

不可导的点或驻点处二阶导数等于 0 的点





极值第一判定定理

极值第二判定定理

$$f''(x_0) = 0$$

$$f(x_0) = 0$$

把 x_0 代入二阶导数

$$f''(x_0)$$

$$f''(x_0) \neq 0$$



谢谢观看！

