函数单调区间求法

泰山护理职业学院

求函数单调区间的步骤：

（1）确定 $f(x)$ 的定义域；

（2）求出函数定义域内导数等于 0 的点和不可导点

（3）用导数等于 0 的点和不可导点将定义域划分成若干个子区间；

（4）确定 $f'(x)$ 在各部分区间的符号，据判定定理判定出 $f(x)$ 的单调性

课堂探究

例 1　求函数 $f(x)=x3-3x2-9x+1$ 的单调区间.

解　（1）函数的定义域为 $(-\infty,+\infty)$；

（2）　$f'(x)=3x2-6x-9=3(x+1)(x-3)$，无不可导点

令 $f'(x)=0$，得　$x1=-1,x2=3$　.

（3）它们将定义域划分为三个子区间：　$(-\infty,-1)$，$(-1,3),(3,+\infty)$；

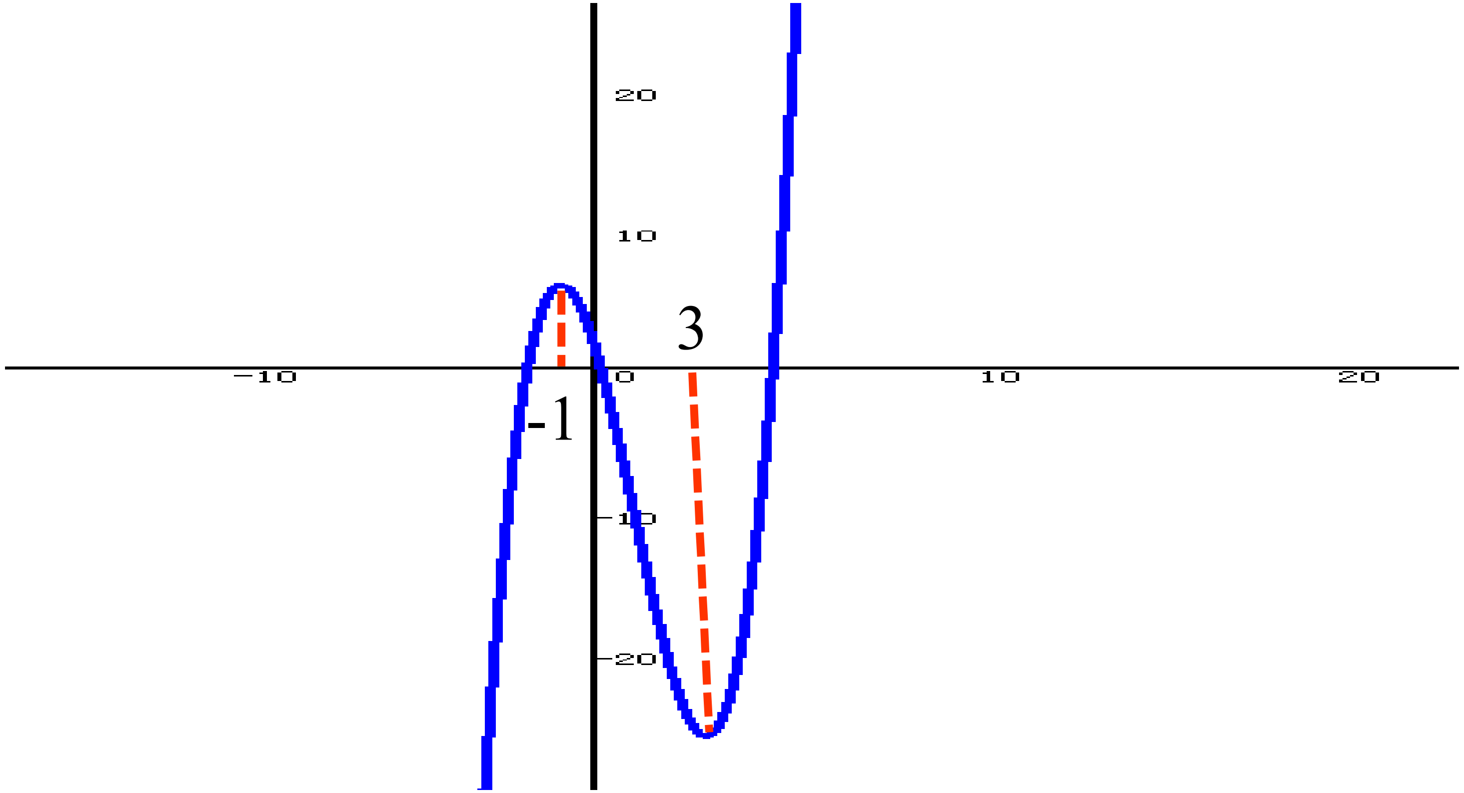
x	$(-\infty,-1)$	-1	$(-1,3)$	3	$(3,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	驻点	↘	驻点	↗

所以 $(-\infty,-1]$ 和 $[3,+\infty)$ 是单调增区间，　$[-1,3]$ 是单调减区间.

课堂探究

例 1　求函数 $f(x)=x3-3x2-9x+1$ 的单调区间 .

$(-\infty,-1]$ 和 $[3,+\infty)$ 是单调增区间，　$[-1,3]$ 是单调减区间.



例 2　求函数 $f(x)=(x-2)\,x^{\frac{2}{3}}$ 的单调区间.

解　（1）函数的定义域为 (-∞,+∞)；

（2）$f'(x)=\dfrac{5x-4}{3\sqrt[3]{x}}$　令 $f'(x)=0$，得 $x_2=\frac{4}{5}$，不可导点为 $x_1=0$.

（3）将定义域分为三个区间 $(-\infty,0)$，$(0,\frac{4}{5})$，$(\frac{4}{5},+\infty)$；

x	$(-\infty,0)$	0	$(0,\frac{4}{5})$	$\frac{4}{5}$	$(\frac{4}{5},+\infty)$
$f'(x)$	+	不存在	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	不可导点	$\searrow$	驻点	$\nearrow$

所以 $(-\infty,0]$ 和 $[\frac{4}{5},+\infty)$ 是单调增区间，$[0,\frac{4}{5}]$ 是单调减区间.

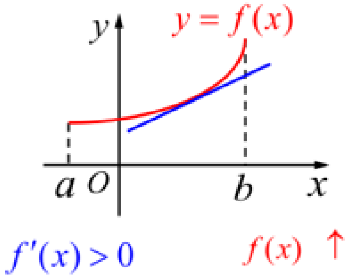
函数的单调性

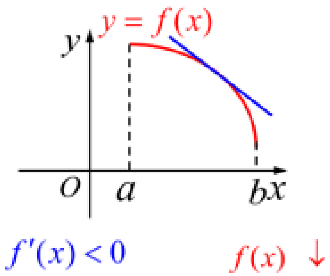
判别法

设函数$f(x)$在$[a, b]$上连续，在(a, b)内可导.

(1)如果在(a, b)内$f'(x)>0$，则$f(x)$在$[a, b]$上单调增加;

(2)如果在(a, b)内$f'(x)<0$，则$f(x)$在$[a, b]$上单调减少.





求单调区间的步骤

(1)确定函数的定义域;

(2)求出导数$f'(x)$;

(3)求出$f'(x)$全部零点和不可导点;

(4)判断或列表判断;

(5)综合结论.

证明不等式

1. 构造辅助函数；
2. 借助导数的符号判别函数的单调性，得出结论 .

谢谢观**看**！